

ИССЛЕДОВАНИЯ

DOI 10.24412/2076-8176-2024-2-7-42

Надпись под бюстом (о вкладе Леонарда Эйлера в развитие физиологии)

И.С. ДМИТРИЕВ

Санкт-Петербургский филиал Института истории естествознания и техники
им. С.И. Вавилова РАН, Санкт-Петербург, Россия; mendmus@yandex.ru

Данная публикация является реакцией на ряд статей и выступлений авторитетных ученых по поводу вклада Л. Эйлера в развитие физиологии. В статье рассматриваются работы Л. Эйлера, так или иначе связанные с проблемами физиологии, а также некоторые из работ Д. Бернулли, относящиеся к указанной проблематике. Основное внимание сосредоточено на исследованиях Эйлера, посвященных математическому моделированию кровотока и рассмотрению строения человеческого глаза и физиологии зрения. В статье показано, что Эйлер не смог дать математическое описание гемодинамики: его работа по этой теме была опубликована частично только в 1862 г., а полностью — в 1979 г., в силу чего она не могла оказать никакого влияния на развитие физиологии. Что касается рассуждений Эйлера о строении и функциях глаза, то они не содержали в себе ничего принципиально нового по сравнению с тем, что до него писали по этому вопросу И. Ньютон, Р. Декарт и другие исследователи. В статье также показано, что, вопреки все еще распространенному мнению, Л. Эйлер не работал на кафедре анатомии и физиологии Петербургской Академии наук и художеств.

Ключевые слова: Л. Эйлер, Д. Бернулли, гемодинамика, физиология зрения, Петербургская академия наук и художеств.

Историко-научные сюжеты традиционно привлекают внимание как широкой публики, так и ученых, которые не являются профессиональными историками науки. Мнения последних представляют огромный интерес, поскольку специалист в той или иной научной области может, анализируя события прошлого в его дисцип-

лине, подметить те особенности ее эволюции, которые могут ускользнуть от историка. Но, к сожалению, подчас случается так, что видение исторических реалий ученым-специалистом в данной области знания и историком науки заметно разнится в силу того, что первый не всегда уделяет должное внимание скрупулезному изучению первоисточников и исторического контекста. И тогда историк вынужден браться за перо и вступать в полемику со специалистами, работающими в современной науке. Данная публикация является примером такой ситуации.

Предметом рассмотрения станут следующие распространенные в литературе утверждения, касающиеся работ Л. Эйлера по физиологии:

— «Наиболее значимый вклад в развитие физиологических исследований в XVIII в. в России внес Л. Эйлер. Это заслуживает специального обоснования и обсуждения, его роль в разработке проблем физиологии мало известна» (Наточин, 2016, с. 12). Это общий тезис, который — я полностью согласен — действительно заслуживает и обоснования, и обсуждения, так же как и вопрос о том, почему «его [Эйлера] роль в разработке проблем физиологии мало известна».

Главный вопрос, который предстоит выяснить историку науки: насколько взгляды Эйлера на динамику кровообращения, строения глаза и природу зрительного акта были оригинальными, а его гемодинамические модели успешными?

Касаясь этого вопроса, я также затрону некоторые аспекты физиологических (или гидродинамических, но тематически представляющих интерес для физиологии) исследований как Эйлера, так и Д. Бернулли. Обращение к физиологическим трудам именно этих двух ученых обусловлено тем, что они были современниками, некоторое время вместе работали в Академии наук, поддерживали тесные научные контакты, их основные достижения касались проблем математики и механики и оба интересовались в той или иной мере проблемами физиологии.

Но сначала обратимся к вопросу об академическом статусе Эйлера в первые три года его пребывания в Петербурге.

Был ли Эйлер адъюнктом кафедры анатомии и физиологии

Можно ли с уверенностью утверждать, что Л. Эйлер свыше трех лет трудился на кафедре анатомии и физиологии? Об этом можно прочесть в некоторых солидных изданиях, например, монографии «Российская Академия наук: персональный состав... 1724—1917» (Российская Академия наук..., 2009, с. 6). Споры нет, Борис Вениаминович Левшин, составитель этого справочника, был выдающимся архивистом. Однако он не занимался изучением биографии Л. Эйлера, эту тему разрабатывали другие исследователи, в частности, Ю.Х. Копелевич, Г.К. Михайлов, А.П. Юшкевич. И ни один из них не писал, что Эйлер работал на указанной кафедре. В качестве примера приведу две цитаты:

— «...20-летний Эйлер стал адъюнктом Петербургской академии, где ему сразу предоставили возможность заняться не физиологией, а математическими науками» (Юшкевич, 1988, с. 19);

— «Первоначально Д. Бернулли имел в виду, что Эйлер будет назначен при нем адъюнктом по физиологии, но фактически Эйлер сразу же был приписан к математическому классу» (Михайлов, 2008, с. 10).

Насколько существенен вопрос о том, адъюнктом по какой кафедре был назначен Эйлер по прибытии в Петербург и насколько этот вопрос должен являться предметом дискуссии? Действительно, одни историки пишут одно, другие — другое. Когда они смогут, наконец, прекратить споры и уточнить всю эту историю?.. Давайте разберемся.

Для начала обратимся к автобиографическим заметкам Л. Эйлера. В статье (Копелевич, 1957) приводится интересный документ под названием «Автобиография Леонарда Эйлера. Биография моего отца, так, как он сам ее мне продиктовал. Записана в Ст. Петербурге 1 декабря 1767» (Копелевич, 1957, с. 13–17). И вот что Л. Эйлер продиктовал своему сыну Иоганну Альбрехту:

Между тем, упомянутые Бернулли-младшие (т. е. Даниил и Николай. — *Прим. И.Д.*) дали мне твердое заверение, что они по прибытии в Петербург исходатайствуют там для меня приличное место, что действительно вскоре исполнилось, при этом мне предстояло применять мои математические познания к медицине. Поскольку известие об этом пришло в начале зимы 1726 года, и я не мог предпринять свою поездку раньше наступления весны, я, между тем, зачислился на медицинский факультет в Базеле и начал с величайшим усердием изучать медицину. В это время в Базеле освободилась кафедра физики, и объявилось множество соискателей. Я тоже записался в их число и по этому случаю защитил свою диссертацию о звуке. Между тем наступила весна 1727 г., и я отправился в путь из Базеля в самом начале апреля и прибыл в Любек так рано, что там не стоял еще ни один корабль, идущий в Ревель, и, поскольку путешествие продолжалось около 4 недель, я в Ревеле тотчас нашел корабль из Штеттина, который доставил меня в Кронштадт. ...Я имел удовольствие, кроме младшего Даниила Бернулли, — его старший брат Николай к тому времени уже скончался, — встретить здесь ныне покойного проф. Германа, тоже моего соотечественника и к тому же еще дальнего родственника, и они оказывали мне всяческое содействие. Мое жалованье было 300 руб. и, кроме того, казенная квартира, дрова и свечи, и поскольку мои склонности были направлены всецело и исключительно к математическим наукам, я был назначен адъюнктом высшей математики, а предложение о занятии должности по медицине полностью отпало (Копелевич, 1957, с. 14, 16).

Оригинал на немецком языке был опубликован П.П. Пекарским (Пекарский, 1865, с. 75–77), и там тоже читаем: «und der Vorschlag mich bey der Medicin zu employiren fiel gänzlich weg» (Пекарский, 1865, с. 77).

Это автобиографическое свидетельство подтверждается двумя документами. Первый — это запись в «Реестре коликое число во Академии наук профессоров, студентов и протчих академических служителей, и оным надлежит давать годового жалованья, кроме квартир, дров и свеч» (т. е. в зарплатной ведомости, как бы мы сегодня сказали) от 27 августа 1727 г., где указано, что «Матезису сублимиорис адъюнкту Леонгарду Эйлеру — триста рублей» (Материалы..., 1885, с. 273).

И в тот же день в отчете Академии Эйлер был упомянут как «профессора высшая математики (т. е. Я. Германа. — *Прим. И.Д.*) адъюнкт или приданный» (Материалы..., 1885, с. 278).

Можно предположить, что Эйлера отправили на кафедру Я. Германа, не только учитывая его склонности и интересы, но и потому, что в это время требовалось написать учебник по арифметике для академической гимназии, с чем новый адъюнкт прекрасно справился.

Итак, согласно дошедшим до нас документам, Л. Эйлер не работал на кафедре анатомии и физиологии, хотя до его приезда в Петербург Д. Бернулли планировал определить молодого ученого на эту кафедру.

Закон Д. Бернулли

Теперь обратимся к вопросу относительно особой роли Л. Эйлера в становлении отечественной физиологии в XVIII столетии. Продуктивность его исследований в этой области, казалось бы, подтверждается ссылками на две работы Эйлера:

— «Principia pro motu sanguinis per arterias determinando» (Euler, 1962)¹ и

— «Lettres à une princesse d'Allemagne sur divers sujets de Physique et de Philosophie (Письма к немецкой принцессе, посвященные различным предметам физики и философии)» (Письма 42 и 43) (Euler, 1768–1772; русск. пер.: Эйлер, 2002).

Но прежде чем перейти к рассмотрению этих работ, я вкратце остановлюсь на предыстории изучения кровообращения, и в частности на посвященных этой тематике трудах Д. Бернулли, учитывая их тематическую соотнесенность с упомянутой выше статьей Л. Эйлера. Кроме того, оба ученых интересовались физиологией зрения.

После защиты докторской диссертации, в которой механика дыхания объяснялась с помощью геометрических построений и соответствующих расчетов, Д. Бернулли, в надежде продолжить академическую карьеру, подал заявку на две кафедры Базельского университета. Но ему не повезло, и тогда он отправился в Венецию, чтобы изучать практическую медицину у Пьетро Антонио Микелотти (1673–1740), одного из самых уважаемых врачей того времени. Микелотти активно использовал в своих медицинских работах методы математики и механики и незадолго до приезда Д. Бернулли опубликовал диссертацию, посвященную гидродинамике живых организмов (Michelotti, 1721)².

Кроме того, Д. Бернулли занимался математикой и физикой и опубликовал свои результаты в книге «Exercitationes Quaedam Mathematicae (Некоторые математические упражнения)» (Bernoulli, 1724). Эта работа состояла из четырех частей, вторая из которых касалась описания движения потока воды из отверстия в сосуде и тематически соотносилась с его последующими исследованиями о кровотоке и кровяном давлении. Эта публикация положила начало научной карьере Д. Бернулли и сделала его известным во всей Европе, причем больше в области математики, чем медицины.

¹ Так, С.В. Фомин и М.Б. Беркинблит чрезвычайно высоко оценили эти занятия Эйлера: «Около 200 лет тому назад Л. Эйлер предложил гидродинамическую модель системы кровообращения. В этой работе он рассматривает всю кровеносную систему как состоящую из резервуара с упругими стенками, периферического сопротивления и насоса — сердца. Эта работа Эйлера была одной из первых, если не самой первой, работой по математическому моделированию биологических процессов. Высказанные Эйлером в этой работе идеи (как и некоторые другие научные результаты) были сперва основательно забыты, а затем возрождены в более поздних исследованиях других авторов» (Фомин, Беркинблит, 1973, с. 19).

² Заметим, что эта работа Микелотти была опубликована вместе (под одним корешком с отдельной пагинацией) со вторым изданием трактата Иоганна Бернулли «О движении мушкетеров» (Bernoulli J., 1721).

В процессе изучения гидродинамических явлений Д. Бернулли установил, что подобно тому, как движущееся тело при наборе высоты «обменивает» свою кинетическую энергию на потенциальную, движущаяся жидкость «обменивает» свою кинетическую энергию на давление. Это привело его к открытию закона, который ныне носит его имя. Фактически Бернулли вывел уравнение для стационарного течения несжимаемой жидкости:

$$p + \frac{1}{2}\rho v^2 + \rho gh = \text{const} \text{ (вдоль линии тока),}$$

где ρ — плотность жидкости; p — давление, v — скорость потока, g — ускорение свободного падения, h — высота (подробнее см. (Darrigol, 2005)).

Это уравнение связывало давление, которое движущаяся жидкость оказывает на стенки сосуда, со скоростью движения этой жидкости, что было очень важно для врача и физиолога³. Предыдущие авторы работ по гидравлике и гидростатике рассматривали только гидростатическое давление, обусловленное силой тяжести. Было известно, что в случае равномерной силы тяжести g давление на единицу площади стенки сосуда зависит только от глубины h расположения этой стенки под свободной поверхностью воды. Согласно закону, сформулированному С. Стевином в 1605 г., оно определяется весом gh столба воды (единичной плотности), имеющего единичное нормальное сечение и высоту h . Бернулли вывел уравнение для случая движущейся жидкости (Bernoulli, 1738, p. 258–260).

В основе интуиции Бернулли лежали следующие предположения: вода в боковой трубке EFDG испытывает давление воды, находящейся в объеме ABCG (рис. 1). Сечение этого объема S больше сечения отводной трубки s , в которой проделано отверстие o с сечением ε , много меньшим s . Вода в трубке «стремится к большому движению, но ее давлению (*nisus*) препятствует приложенный барьер FD. В результате этого давления и сопротивления (*nisus et renisus*) вода [в трубке] сжимается (*comprimitur*), но это сжатие (*compressio*) сдерживается стенками трубки, вследствие чего они тоже испытывают аналогичное давление (*pressio*)». Согласно Бернулли, «давление (*pressio*) на стенки пропорционально ускорению..., которое приобрела бы вода, если бы все препятствия на пути ее движения мгновенно исчезли, так что она была бы выброшена прямо в воздух» (Бернулли, 1959, с. 363).

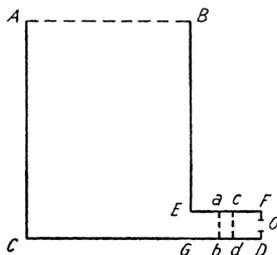


Рис. 1. Рисунок из работы Д. Бернулли (1959, с. 357), иллюстрирующий задачу о вытекании воды из отводной трубки

Fig. 1. Figure from D. Bernoulli (1959, p. 357), illustrating the problem of water flowing out of a diversion pipe

³ Упоминание о важности этого уравнения для физиологии можно найти в письме Д. Бернулли И.Д. Шопфлину (*Johann Daniel Schöpflin*; 1694–1771) от 25 августа 1734 г.: «Гидравлика будет также полезна для понимания экономии животных в отношении движения жидкостей, давления жидкостей на сосуды и т. д.» (Bernoulli, 2002, s. 89).

В итоге Бернулли получил уравнение не вполне точное, но очень близкое к приведенному выше, показав тем самым, что при установившемся течении жидкости ее давление зависит от скорости ее течения, а именно — убывает пропорционально квадрату скорости. Можно сказать иначе: Бернулли показал, что давление, оказываемое движущейся жидкостью на стенки, меньше статического давления, причем разница равна половине квадрата скорости, умноженной на плотность⁴. Бернулли проиллюстрировал этот эффект с помощью следующего рисунка:

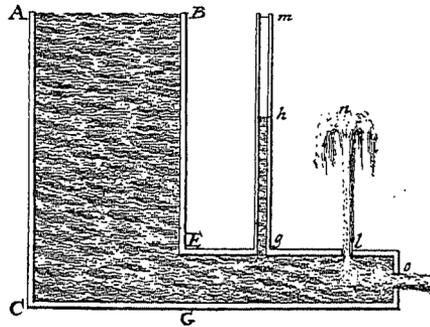


Рис. 2. Рисунок из работы Д. Бернулли (1959, с. 357), демонстрирующий давление движущейся жидкости на стенки сосуда

Fig. 2. Figure from D. Bernoulli (1959, p. 357) showing the flowing liquid pressure on the walls of a vessel

В современной медицине уравнение Бернулли используют иногда в модифицированном виде, вводя в него плотность крови (Bonow, 2011, p. 250; Shapiro, 2002, s. 85):

$$\Delta p \sim 4v^2 \text{ (mm Hg)},$$

где Δp — градиент давления над аортальным клапаном, который зависит только от скорости крови (v) на нем. (Средний и пиковый градиенты через клапан, рассчитанные по «модифицированному уравнению Бернулли», остаются важными параметрами для оценки степени стеноза аортального клапана.) Скорость кровотока в этой области можно легко измерить с помощью трансторакальной эхокардиографии (Эхо-КГ) и эффекта Доплера.

Разумеется, при выводе уравнения Бернулли было сделано несколько предположений, которые упрощают реальность. В частности, это уравнение относится к устойчивому ламинарному потоку и предполагает, что движущаяся жидкость является несжимаемой. Ситуация с сердцем и системой кровообращения с ее пульсирующими потоками, турбулентностью и эффектами трения более сложная. Кроме того, кровь — это так называемая неньютоновская жидкость, т. е. ее вязкость зави-

⁴ Как заметил академик А.И. Некрасов, «закон Бернулли есть интеграл уравнений установившегося движения жидкости. ... Самые уравнения движения жидкости во времена Д. Бернулли еще известны не были, и Д. Бернулли получает свой закон из энергетических соображений, а не как интеграл уравнений движения жидкости» (Бернулли, 1959, с. 546). Г.К. Михайлов, справедливо указав, что «содержание "Гидродинамики" не выходит за пределы теоретической гидравлики — теории квазиоднородного движения жидкости», отметил: «Почти все содержащиеся в "Гидродинамике" решения получены на основе принципа сохранения живых сил» (Михайлов, 2021, с. 158).

сит от градиента скорости, что придает ей своеобразную память. Соответственно, ситуация в роторных насосах для перекачки крови не может быть адекватно описана уравнением Бернулли. В современной медицине для изучения этой сложной системы используются модели вычислительной гидродинамики, основанные на сложных уравнениях и учитывающие все вышеперечисленные эффекты. Тем не менее уравнение Бернулли — это физическая концепция, которая заложила основу для понимания характера кровотока и основных проблем гидро- и гемодинамики и потому имеет огромное историческое значение для кардиологии.

Д. Бернулли был автором пяти оригинальных трудов, так или иначе связанных с физиологической тематикой⁵ (Bernoulli, 1721; 1721a; 1728; 1728a; 1996a, s. 107–116)⁶. Первые два из них были написаны до приезда автора в Россию, последний — после возвращения в Базель, остальные два — в петербургский период его жизни.

Остановимся на работе (Bernoulli, 1996a). Хотя это исследование было написано уже после отъезда Бернулли из столицы Российской империи, тематически оно связано как с его петербургскими занятиями гидродинамикой, так и с более поздней работой Л. Эйлера о движении крови в сосудах.

Это сочинение представляет собой текст выступления Бернулли 4 октября 1737 г. в университете Базеля на торжественной церемонии присвоения докторских степеней по медицине двум молодым врачам. По традиции на подобных церемониях один из маститых докторов произносил речь, в которой сообщал о новых научных открытиях и/или излагал свои научные идеи. Рукопись выступления Бернулли долгое время хранилась в библиотеке Базельского университета и впервые была опубликована в 1941 г. в переводе на немецкий язык и с комментариями О. Шписса (O. Spiess) и Ф. Верзара (F. Verzár) (Bernoulli, 1940/1941).

Как в этой речи, так и во всех своих работах по физиологии, Бернулли исходил из представления об организме животного и человека как о машине. Такое представление, весьма распространенное в XVII–XVIII вв., подкреплялось открытием в 1616 г. английским врачом У. Гарвеем (William Harvey; 1578–1657) непрерывного циркуляционного обращения крови (Harvey, 1628). В своем трактате Гарвей дал оценку емкости левого желудочка сердца человека: «...предположим, по размышлении или на основании эксперимента, что количество крови, которое содержит левый желудочек сердца в расширенном состоянии, составляет всего две унции, три унции или же полторы» (Ibid., p. 43). То есть речь шла о так называемом ударном (систолическом) объеме сердца, т. е. о количестве крови, которое оно выталкивает за одно сокращение.

Трактат Гарвея произвел большое впечатление на современников. В частности, он был с энтузиазмом встречен Р. Декартом, у которого, по его словам, «не

⁵ Речь идет о его так называемых *Jugendschriften*, т. е. оригинальных сочинениях, написанных до 1738 г. включительно (т. е. до выхода в свет его трактата «Гидродинамика»). Кроме этих сочинений можно указать его медицинские работы, в частности, его выступление в июле 1726 г. в Петербургской академии наук и художеств с докладом о необычном виде диабета, упоминаемое в статье (Наточин, 2016, с. 11). Кроме того, в 1760 г. Бернулли представил в Парижскую академию наук доклад о революционной концепции прививки населения от оспы. См. также: (Коштоянц, 1946, с. 19–23).

⁶ Эти работы были опубликованы в (Bernoulli, 1996, s. 61–83; 85–91; 92–103; 104–106; 107–116).

хватало слов, чтобы выразить похвалу [Гарвею] за такое великое открытие» (Декарт, 1950, с. 558)⁷.

Среди предшественников Д. Бернулли в его изучении работы сердца с использованием законов и представлений механики (такой подход к изучению физиологии животных получил название ятромеханики) следует также упомянуть о Дж.А. Борелли (*Giovanni Alfonso Borelli*; 1608–1679) и С. Хейлсе (*Stephen Hales*; 1677–1761).

В 1680–1681 гг. в Риме было посмертно опубликовано двухтомное сочинение Дж. Борелли «*De motu animalium*» (Borelli, 1680–1681), в котором автор утверждал, что сердце сокращается подобно другим мышцам тела и в своем действии подобно действию поршня⁸, а также предложил метод расчета «движущей силы сердечной мышцы (*vis motiva musculi cordis*)» (Ibid., p. 130). По расчетам Борелли, «движущая сила волокон сердечной мышцы сама по себе способна поднять груз тяжелее 3 000 фунтов (*vis motiva fibrarum musculi cordis per se considerate maius pondus suspendere posset, quam 3 000 librarum*)» (ок. 1 020 кг) (Ibid., p. 132).

Кроме того, Борелли отметил необходимость учета сопротивления оттоку крови со стороны сосудов, отходящих от сердца. Сравнивая вес и силу «височной» и «жевательной» мышцы с весом и силой сердца, он пришел к следующему выводу: «Если сила, создаваемая сердцем (*potential cordis*), не только приводит к максимальному расширению артерий, но и дополнительно изгоняет из них часть поступающей в них крови, то эта сила преодолевает сопротивление более 135 000 фунтов» (Ibid., p. 148). И еще одно важное утверждение Борелли следует отметить: для правильной работы системы кровообращения артерии должны быть эластичными.

Теперь о С. Хейлсе, который около 1708 г. совместно со студентом У. Стакли (*William Stukeley*) провел в Кембридже первые эксперименты на собаках по изучению давления крови. По нынешним меркам несколько необычно, что рукоположенный священник инициировал инвазивные исследования природы кровообращения. В 1709 г. Хейлс получил назначение на должность викария в Теддингтоне (Миддлсекс), в 15 милях от Лондона, где пять лет спустя он продолжил изучение кровяного давления, используя трех лошадей, одну овцу, одну лань и около 20 собак. Эксперимент, получивший наибольшую известность, был проведен холодным декабрьским утром 1714 г. на пожилой кобыле, которую собирались убить как непригодную к службе. Удерживая с помощью помощника кобылу лежащей на правом боку, Хейлс обнажил левую сонную артерию и вставил в нее латунную канюлю

⁷ Впрочем, такая высокая оценка открытий Гарвея не помешала французскому философу предложить свою теорию, существенно отличную от выдвинутой англичанином. Теория движения крови и работы сердца впервые изложена Декартом в его незаконченном трактате «Человек (*L'Homme*)» (1630-е гг.) — части большого труда «Мир (*Le Monde*)». Трактат был опубликован посмертно, сначала в переводе на латынь в 1662 г., а затем, в 1664 г., К. Клерселье (*Claude Clerselier*; 1614–1684) на французском языке. Издание 1664 г. сопровождалось кратким текстом «Описание человеческого тела и всех его функций (*La description du corps humain et de toutes ses fonctions*)», известным как «Трактат о формировании плода (*Traité de la formation du fœtus*)».

⁸ «При каждой пульсации и сжатии сердца кровь, содержащаяся в желудочках, выбрасывается в артерии с максимальной силой, как будто ее толкает поршень шприца (*in qualibet cordis pulsatione, et tensione sanguis, qui in ventriculis eius continebatur, maxima violentia eiaculatur, veluti ab embolo syringae intra arterias*)» (Ibid., p. 91).

с отверстием 1/7 дюйма. Затем канюля была соединена с вырезанной трахеей гуся, чтобы придать измерительному аппарату гибкость (поскольку неанестезированная лошадь могла напрячься или начать сопротивляться). Гусиная трахея была подсоединена к стеклянной трубке высотой 12,75 фута. Когда Хейлс отпустил лигатуру сонной артерии, кровь хлынула на высоту 9,5 фута (114 дюймов, или 289,6 см) над уровнем левого желудочка, ритмично поднимаясь и опускаясь на разные уровни во время сокращения и расслабления сердца. В ходе этих экспериментов Хейлс установил, что пиковые значения давления коррелируют с работой сердца, в то время как самые низкие уровни кровяного давления связаны с сопротивлением потоку, оказываемым остальными частями кровеносной системы. Таким образом, Хейлс первым измерил артериальное и венозное давление, а также первым признал концепцию сердечного выброса и общего периферического сопротивления (рис. 3). Последующие эксперименты показали, что сердечный выброс и частота сердечных сокращений меняются в зависимости от стресса и физической нагрузки, что нагрузка на левый желудочек связана с кровяным давлением и площадью поверхности желудочка и что различные вещества изменяют степень сужения или расширения мелких кровеносных сосудов (Hales, 1733, p. 13–24).



Рис. 3. Опыт Хейлса 1714 г. (из редакционной колонки журнала *Medical Times*, 1944. Vol. 72. № 11. P. 315)

Fig. 3. 1714 Hales' experiment (from the *Medical Times* editorial, 1944. Vol. 72. No. 11. P. 315)

Бернулли, выступая в 1737 г. со своей речью, еще не был знаком с книгой Хейлса, однако шесть лет спустя он сослался на нее в письме Л. Эйлеру от 25 декабря 1743 г. Бернулли писал:

Мне очень приятно слышать, что вы планируете начать работу о пульсе (*de pulsu arteriam*). Я давно изучаю этот предмет и открыл для себя много новых истин. Однако большинство вопросов остается без ответа.

Кстати, многие из этих вопросов остаются таковыми только потому, что необходимые измерения, которые можно было бы легко получить с помощью экспериментов и наблюдений, особенно в отношении диаметра кровеносных сосудов, углов, которые образуют ветви друг

с другом, толщины стенок, эластичности и сократимости волокон, различных видов сопротивления, которые испытывают жидкости, текущие по протокам и т. д., не были поставлены.

Мои идеи, как я надеюсь, были бы полезны, но в Базеле они как бы похоронены и не находят поддержки. С другой стороны, многое уже рассмотрено в “Гемостатике” Хейлса, которую вы, несомненно, читали; в противном случае я бы посоветовал вам просмотреть ее, прежде чем печатать ваш трактат.

Когда ваша Академия будет хорошо организована, и в ней будет анатом и физик-экспериментатор, я буду рад прислать вам список всех экспериментов и наблюдений, которые необходимо будет сделать и с помощью которых я смогу изложить наиболее важные вопросы физиологии гораздо лучше, чем это было сделано до сих пор. Четыре или пять лет назад, я сообщил одному врачу из Парижа [Сильва], по его просьбе, некоторые соображения по этим вопросам, которые очень его порадовали и за которые он удостоил меня великолепным серебряным блюдом в подарок (Euler, 2016, s. 584 (590)).

Итак, хотя работа Бернулли (1996, s. 107–116) более ста лет оставалась неизвестной научному сообществу (его устное выступление не имело сколь-либо заметного отклика)⁹, тем не менее его уравнение стационарного течения несжимаемой жидкости оказало существенное влияние на последующее развитие гемодинамики. Какие бы модификации оно ни претерпевало, установленная Д. Бернулли зависимость давления движущейся жидкости от квадрата скорости ее движения сохраняла свою фундаментальную роль.

Золотое клеймо неудачи

Теперь обратимся к физиологическим работам Л. Эйлера. В первую очередь следует отметить, что гемодинамика формировалась в контексте развития ряда дисциплин и прежде всего гидродинамики, а также теории упругости и теории дифференциальных уравнений в частных производных. Все эти дисциплины находились в первоначальной стадии своего развития. Поэтому исторический генезис гидродинамических уравнений Эйлера шел сложным, окольным путем. Между первой попыткой Д. Бернулли применить общий динамический принцип к движению жидкости и выводом Л. Эйлером уравнений, названных в его честь, прошло 17 лет.

Заметим также, что в начале XVIII в. не существовало ни понятия размерности величины, ни практики записи векторных уравнений (даже в так называемой декартовой форме), ни понятия поля скоростей, ни методов решения дифференциальных уравнений в частных производных. Сама идея основать гидродинамику на системе общих уравнений, а не на системе общих принципов, выраженных словами, долгое время оставалась нереализуемой. Любое историческое исследование зарождения гидродинамики требует учета указанных обстоятельств.

⁹ Хотя коллегам Д. Бернулли была известна диссертация его ученика Д. Пассаванта (*Daniel Passavant*; 1722–1799), в которой автор развивал идеи учителя (Passavant, 1747). В июле 1747 г., за восемь месяцев до защиты, Пассавант по рекомендации Л. Эйлера был избран членом Прусской Королевской академии наук.

Статья Эйлера о движении жидкости в эластичных трубках в перечне Энестрёма значится под индексом E855¹⁰. Это эссе было представлено Эйлером 21 декабря 1775 г. на заседании Петербургской Академии наук и является, как считается, первой известной попыткой математического моделирования кровотока в артериях (Bistafa, 2018; Кизилова, 2008, с. 174). Однако в 1862 г. была опубликована только часть рукописи Эйлера, начиная с параграфа 15, тогда как начало ее считалось утраченным. В 1930-х гг. в отделе инкунабул Библиотеки Академии наук СССР в Ленинграде было обнаружено около 1 500 страниц ранее неизвестных рукописей Эйлера. Эти материалы были систематизированы Г.К. Михайловым в 1950-х гг. Среди найденных манускриптов обнаружилось и начало работы E855. Полный текст этого сочинения Эйлера был опубликован Г.К. Михайловым в 1979 г. (Euler, 1979)¹¹.

Вполне возможно, что Эйлер начал работать над этой темой задолго до 1775 г. Известно, что в 1741 г. он отправил работу на конкурс, организованный Академией Дижона (*Académie des Sciences, Arts et Belles-Lettres de Dijon*), а до этого другую статью, посвященную магнитному склонению, — на конкурс Парижской академии наук. Тема первого конкурса звучала так: «*Déterminer la différence des vitesses d'un liquide qui passe par des tuyaux inflexibles et de celui qui passe par des tuyaux élastiques* (Определить разницу скоростей течения жидкости в негибких и эластичных трубках)».

28 августа 1742 г. Эйлер пишет Х. Гольдбаху: «...в марте прошлого года, я послал статью о *Motum Fluidorum in Canalibus elasticis* («Движение жидкостей в эластичных трубках». — *Прим. И.Д.*) в Академию наук в Дижоне, которая назначила премию в 30 луидоров, и ... до сих пор не получил ответа. Это наводит меня на мысль, что эти две работы (посланные в Париж и в Дижон. — *Прим. И.Д.*) должно быть, где-то задержались или даже потерялись (*diese beyden Piecen entweder irgendwo aufgehalten, oder gar verlohren gegangen seyn müssen*); и я больше всего сожалею только о том, что у меня не сохранилось ни одной копии этих работ»¹² (Euler, 2015, s. 203, 719).

¹⁰ В 1910–1913 гг. шведский математик и историк Густав Энестрём (*Gustav Hjalmar Eneström*; 1852–1923) опубликовал полный указатель известных тогда работ Л. Эйлера, включая книги, журнальные статьи и часть корреспонденции ученого. Каждой публикации был присвоен индексный номер от E1 до E866, который сегодня историки называют «номером Энестрёма» (Eneström, 1910–1913).

¹¹ За пять лет до этого Л. Черни и В. Валавендер (Cerny, Walawender, 1974) опубликовали аннотированный английский перевод неполного варианта статьи. Имея доступ к полной версии, С. Бистафа (Bistafa, 2018) опубликовал новый английский перевод, который более точно соответствует оригинальному латинскому тексту.

¹² Случаи пропажи работ во время их пересылки бывали. Скажем, в 1739 г. Эйлер представил на конкурс Парижской академии работу (E57), посвященную теории приливов и отливов. Она была отправлена из Петербурга 14 июля 1739 г., но, когда к октябрю ее получение не было подтверждено французской стороной, Эйлер отправил запрос непременно секретарю Парижской академии наук Фонтенелю, который ответил, что ничего не получал. Между тем срок подачи работ на конкурс уже истек. Далее произошло то, что сегодня кажется немислимым. По приказу президента Академии барона И.А. фон Корфа Х. Гольдбах составил письмо российскому посланнику в Париже князю Антиоху Дмитриевичу Кантемиру, в котором Петербургская академия настаивала на том, чтобы экземпляр трактата Эйлера, повторно посланный в Париж 26 ноября, т. е. через два месяца после окончания приема конкурсных работ, был допущен к конкурсу (Протоколы..., 1897, с. 583–584). В феврале 1740 г.

Если статья «*Dissertatio de magnete*» (E109), отправленная в Париж, в итоге дошла до адресата и Эйлер стал одним из победителей конкурса, то работа, посланная в Дижон, видимо, действительно пропала. Поиски рукописи во французских архивах, начатые в 1950-х гг. К.А. Трусделлом и продолженные в 1970-х гг. Р. Татоном, результатов не дали.

К. Трусделл полагал (и я с ним полностью согласен), что она вряд ли похожа на петербургскую работу 1775 г., поскольку в последней используются понятия, которые Эйлер разработал только в 1755 г. (Euler, 1955, p. LXXVII–LXXVIII).

Обратимся теперь к краткому изложению статьи E855. Эйлер начинает эту работу (§ 1–8) с обсуждения течения крови по артериям: сердце моделируется им как одноцилиндровый поршневой насос (т. е. так же, как это делал Борелли), артерия — как прямая трубка (т. е. рассматривается квазиодномерное движение крови), «поскольку из *Hydrodynamica* (речь идет о трактате Д. Бернулли. — Прим. И.Д.) ясно, что кривизна труб, по которым движется жидкость, почти ничего не дает для изменения ее движения» (Euler, 2017, p. 4). Он пренебрегает влиянием мелких ответвлений от крупных сосудов и помещает отверстие на выходе из трубы, которое моделирует (после соответствующего подбора эмпирических параметров) сопротивление потоку, соответствующему течению крови в сосудистой системе. Импульс кровотока обусловлен возвратно-поступательным действием насоса. Кроме того, Эйлер допускает, что плотность жидкости постоянна, тогда как площадь поперечного сечения потока меняется.

Обозначив через Σ максимальную площадь поперечного сечения трубки при бесконечном внутреннем давлении, Эйлер предлагает для площади поперечного сечения s сосуда следующее выражение:

$$s = \Sigma p/c + p \quad (1),$$

где p — напор крови, а c — константа, отражающая податливость стенки трубки. При $p \rightarrow \infty$, $s = \Sigma$, а при $p \rightarrow 0$, $s = 0$ (труба разрушается).

«Таким образом, — пишет Эйлер, — всё наше рассмотрение приводит нас к тому, что для любого интервала [длины трубки] z и в любое время t мы можем определить функции v [скорость потока] и p [напор], для чего должны быть исследованы два уравнения, одно из которых должно быть получено из условия непрерывности жидкости, протекающей через трубку, а другое — из ускорения отдельных элементов жидкости, возникающего от сил давления..., от которых зависит все движение жидкости в таких трубках» (Ibid., p. 5).

Затем, в § 9–11, Эйлер выводит уравнения сохранения массы для нестационарного одномерного несжимаемого потока в упругой трубке, а в § 12–17 предлагает вывод линейного уравнения сохранения импульса для горизонтального потока без трения:

$$2g \frac{\partial p}{\partial z} = -v \frac{\partial v}{\partial z} - \frac{\partial v}{\partial t}.$$

Левый член в этом уравнении — это градиент давления, обусловленного силой, приложенной извне. В правой части полная производная скорости по времени складывается из конвективного¹³ и локального ускорений в некоторой точке.

Корф получил утвердительный ответ из Парижа, и 27 апреля Эйлеру — вместе с Д. Бернулли, Кавальери и Маклореном — была присуждена четверть премии.

¹³ Конвективное ускорение определяет ускорение частицы при изменении ее положения в поле скоростей (конвекции). Конвективное ускорение характеризует неоднородность поля скоростей в данный момент времени.

В § 14 Эйлер формулирует следующий вывод: «Итак, оба уравнения, которые мы получили (в § 11–13. — *И.Д.*) из принципов непрерывности и ускорения, будут иметь вид

$$I. \partial s / \partial t + \partial (vs) / \partial z = 0$$

и

$$II. 2g(\partial p / \partial z) + v(\partial v / \partial z) + \partial v / \partial t = 0» (Ibid., p. 6–7),$$

к которым добавляется *ad hoc*-условие (1).

В приведенных уравнениях для одномерного потока несжимаемой жидкости через упругую трубку, приводимую в движение поршневым насосом, $s = s(z, t)$ — площадь поперечного сечения артерии, $v = v(z, t)$ — скорость тока крови, $p = p(z, t)$ — давление (фактически напор), t — время, z — координата вдоль трубки.

Кроме *ad hoc* условия (1), Эйлер рассматривает и другое, отвечающее иной зависимости роста площади поперечного сечения трубки от давления (Ibid., p. 7):

$$s = \Sigma [1 - \exp(-p/c)] (2),$$

что несколько упростило расчеты. Однако оба реологических соотношения, (1) и (2), оказались неудачными, реальные $s(p)$ -соотношения аппроксимируются иными зависимостями (см., к примеру, (Pedley, Luo, 1998))¹⁴.

Далее, в § 18–25, Эйлер обращается к случаю, когда трубка (т. е. сосуд) жесткая. Он рассматривает этот случай двумя разными способами: сначала непосредственно интегрируя дифференциальные уравнения, а затем используя понятия работы и энергии.

Предположение о жесткости трубки означает, что площадь s всегда равна максимальной площади Σ . Таким образом, $s \neq f(p)$ и $ds/dt = 0$, что позволило Эйлеру исключить первый член в уравнении непрерывности, сведя его к более простому виду, когда «в каждом месте z трубки скорость v жидкости будет обратно пропорциональна амплитуде (т. е. площади сечения. — *Прим. И.Д.*) s трубки, как и предполагает теория движения жидкостей по трубкам» (Euler, 2017, p. 8).

Опуская излишние в данном контексте вычислительные детали, отмечу, что Эйлеру удалось для рассматриваемого случая получить уравнение, «из которого можно легко определить давление [напор] p жидкости в любое время в любом месте z для любой трубки, и таким образом все, что относится к движению, будет известно с помощью этого метода» (Ibid.). По сути, Эйлер получил квазиодномерное нестационарное уравнение Бернулли для несжимаемой жидкости, включающее статическое давление, кинетическую энергию и ускорение.

Далее Эйлер переходит к случаю однородной жесткой трубки с постоянной площадью поперечного сечения и выводит выражения в замкнутой форме для скорости

¹⁴ Соотношения (1) и (2) охарактеризованы как *ad hoc*-зависимости, поскольку они не были получены из какой-либо теории упругости. В действительности стенки артерий обладают и упругостью, и вязкостью (т. е. демонстрируют вязкоупругое поведение), и по мере распространения волны давления внутри трубки она расширяется (упругий эффект стенок), при этом волна постепенно затухает (эффект диссипации из-за вязкости стенок), а ее амплитуда экспоненциально уменьшается в процессе распространения. Затухание обусловлено в первую очередь вязкостью стенок. Кроме того, зависимость между напряжением и деформацией для гибких трубок, таких как артерии, является нелинейной (Saito et al., 2011). Однако в качестве первого приближения можно предположить, что артерия представляет собой линейно упругий материал, подчиняющийся закону Гука, где напряжение связано с деформацией как в продольном, так и в окружном направлении через модуль Юнга E . Вязкоупругое поведение артерии в настоящее время моделируется с помощью различных математических форм.

и давления потока в зависимости от размера полости насоса и условий нагнетания. Возникшие трудности при попытке прямого интегрирования дифференциальных уравнений, вынудили его обратиться в § 31–34 к другому подходу к решению задачи, а именно: к методу «живых сил», т. е. к анализу энергетической картины.

И, наконец, в последних параграфах работы (§ 35–42) Эйлер обращается к моделированию движения жидкости по упругой трубке ($s = s(t, z)$), применяя метод, использованный им для случая трубки с жесткой стенкой¹⁵.

Когда Эйлер — и в этом заключается весь драматизм этой истории — обратился к той постановке задачи, которая в наибольшей мере отвечает реальной ситуации кровотока (хотя, разумеется, весьма далека от нее), его ждало горькое разочарование. Ему не удалось свести ее решение к интегрированию одного уравнения с одним неизвестным. И это не удивительно, учитывая сложность проблемы, о чем см., к примеру (Tijsseling, 1996).

В итоге Эйлер вынужден был признать (§ 43):

Поскольку не существует ясного пути к решению, это исследование следует считать выходящим за пределы человеческих сил, так что мы, конечно, вынуждены прекратить нашу работу здесь... Таким образом, решая вопрос о движении крови, мы сталкиваемся с непреодолимыми трудностями (*insuperabiles difficultates*), препятствующими тщательному и точному исследованию всех созданий Творца, в связи с чем мы должны постоянно восхищаться и благоговеть перед высшей мудростью, соединенной со всемогуществом, поскольку, поистине, даже величайшая человеческая изобретательность не в состоянии понять и объяснить истинное строение даже самого незначительного микроорганизма (*cum ne summum quidem ingenium humanum vel levissimae vibrillae veram structuram percipere atque explicare valeat*)» (Euler, 2017, p. 16; Euler, 1979, p. 196)¹⁶.

Любопытна интонация этого параграфа: то, что не под силу ему (Эйлеру), подается как невозможное вообще никому. Без всяких ссылок на будущее — мол, пройдет время, появятся новые методы и подходы и тогда... Нет, проблема представлена как не решаемая в принципе.

Итак, сложилась весьма своеобразная ситуация. В своей замечательной работе 1775 г., частично опубликованной в 1862 г. и полностью в 1979-м, Эйлер разработал квазиодномерную модель течения крови по артерии под действием сердца, представленного в виде поршневого насоса. Ему удалось получить систему гиперболических дифференциальных уравнений в частных производных, которая описывала смоделированный таким образом кровоток. Эйлер в своем анализе учел также эффекты изменения площади сечения потока и деформации стенок. Но уровень развития математики

¹⁵ Встречающееся иногда утверждение, что Эйлером было дано не только «математическое описание стенок трубки как сосудов в системе кровообращения», но и в это описание было «введено значение вязкости (уравнение Навье — Стокса)» (Наточин, 2016, с. 14) требует некоторого уточнения, потому что слагаемого вида $\mu \Delta \mathbf{v}$ (где μ — коэффициент вязкости, Δ — векторный оператор Лапласа и \mathbf{v} — вектор скорости) или его аналога (в обозначениях XVIII в.), которое входит в уравнение Навье — Стокса, в уравнениях Эйлера, приведенных в статье E855, нет.

¹⁶ Иногда в литературе приводится весьма вольный, хотя и не лишенный изящества, перевод: «Если бы Бог хотел, чтобы мы понимали течение в артериях, он не стал бы делать уравнения такими сложными» (Parker, 2009, p. 113).

и теории упругости не позволил ему решить задачу о движении крови в эластичных трубках.

Впрочем, кроме обстоятельства времени, были и другие препятствия. Несмотря на то, что Эйлер был хорошо знаком с решениями уравнений распространения волн, в данной работе он не проявил никаких признаков понимания волновой природы полученных им уравнений. Кроме того, несмотря на то, что он первым, изучая изгибы балок (Euler, 1744), описал линейный модуль упругости, в работе E855 ему не удалось получить адекватные формулы для моделирования поведения стенки трубки, что вполне объяснимо, учитывая вязкоупругую природу материала стенок артерий.

Да, новаторские работы Эйлера, посвященные анализу распространения звуковых волн в воздухе и упругих волн в натянутых струнах, позволили ему установить общую форму решения одномерного волнового уравнения (Euler, 1954; 1954a; 1954b).

Да, его новаторские работы в области упругости позволили ему установить значение линейного модуля упругости для описания упругих деформаций конструкций. И тем более поразительно, что, имея в своем распоряжении эти замечательные заделы, в исследовании вопроса о движении крови в артериях он не смог продвинуться дальше решения задачи о движении жидкости в жесткой трубке. Тем не менее, несмотря на ограниченность использованных Эйлером математических средств, обусловленную как состоянием «знаний эпохи», так и субъективными причинами, ему удалось вывести гиперболические дифференциальные уравнения, выражающие сохранение массы и импульса для невязкого (!) потока в эластичной трубке ((E855, § 11–14), (Euler, 2017, p. 6)), которые позднее и в измененной (линеаризованной) форме¹⁷ стали использоваться в физиологии кровообращения.

При малых изменениях величин s и p и малых v уравнения Эйлера принимают вид:

$$\partial^2 p / \partial t^2 = c^2 \partial^2 p / \partial z^2,$$

где $c^2 = (\rho D)^{-1}$ и D — величина, характеризующая расширение трубки (артерии). Иными словами, при указанных условиях получается одномерное волновое уравнение, которое изучалось Даламбером, Эйлером и некоторыми другими математиками и которое допускает так называемое решение Даламбера¹⁸. Именно это обстоятельство — трансформация гидродинамических уравнений Эйлера в волновое урав-

¹⁷ Линеаризация — это процесс аппроксимации сложной функции с помощью линейной функции. Линеаризация позволяет приближенно описать поведение функции в окрестности заданной точки с помощью прямой линии. Таким образом, линеаризация предполагает малые возмущения переменных сложной (линеаризируемой) функции. Простейшим примером линеаризации функции $\sin x$ является выражение $\sin x \approx x$ (в окрестности точки $x = 0$).

¹⁸ В 1747 г. д'Аламбер (*d'Alembert*, 1750) вывел уравнение колебаний натянутой струны, т. е. для струны, вытянутой вдоль оси z и колеблющейся в одной плоскости так, что закон ее колебаний задается одной функцией двух переменных: $u(z, t)$, т. е. отклонением точки струны с координатой z в момент времени t . Тогда, как показал д'Аламбер, $u = \psi(t + z) + \Gamma(t - z)$, где ψ и Γ — произвольные функции. Однако д'Аламбер не предложил вывода волнового уравнения в явном виде. Это сделал Эйлер в 1759 г. в сочинении о распространении звука (Euler, 1759). Тем не менее общее решение волнового уравнения стало ассоциироваться с именем д'Аламбера.

нение при малых изменениях величин s и r и малых v — ускользнуло от внимания Эйлера.

Вопрос о скорости распространения волн в упругих трубках был теоретически исследован В.Э. Вебером (*Wilhelm Eduard Weber*; 1804–1891), выдающимся физиком, наиболее известным своими работами по электромагнетизму, и экспериментально его братом Э.Г. Вебером (*Ernst Heinrich Weber*; 1795–1878), выдающимся физиологом (Weber, 1825; Weber, 1866).

Теоретические результаты этих работ были основаны на линеаризованной форме заново открытых ими уравнений Эйлера (с работой которого E855 они не были знакомы) и предположении о постоянной растяжимости трубки $dr = adp$, где dr — увеличение радиуса, а dp — увеличение давления, а $a = \text{const}$. В.Э. Вебер вывел уравнение для скорости волны v :

$$v = \sqrt{R / 2k\rho},$$

где ρ — плотность жидкости, k — радиальная растяжимость трубки (сосуда), R — ее радиус. По сути, это то же самое соотношение, которое было предложено Т. Юнгом (*Thomas Young*; 1773–1829) почти 50 годами ранее¹⁹. Как позднее выяснилось, скорость пульсовой волны напрямую зависит от геометрии артериального сосуда и упругих свойств его стенки (*Arterial Stiffness...*, 2006).

Наконец, нельзя не упомянуть о важной в математическом отношении работе Г. Римана, который разработал метод характеристик для решения гиперболических систем, что позволило получить решение уравнений Эйлера I и II для течения жидкости в эластичных трубках в виде суммы бегущих волн (Riemann, 1861).

Работу E855 Эйлер не опубликовал и по понятным причинам: общие уравнения им уже были выведены двадцатью годами ранее, в 1755 г. (Euler, 1954, 1954a, 1954b), тогда как решить эти уравнения удалось только для случая трубки с жесткими стенками, т. е. для модельной ситуации, весьма далекой от реальной. Более того, текст Эйлера E855 не только не был опубликован, но фактически оказался неизвестным специалистам (доклад в Академии наук не получил никакого отклика, да и на что, собственно, было откликаться? На какие новые, важные для физиологии конкретные результаты?). К моменту же частичной публикации (1862) ситуация с математическим моделированием кровотока существенно изменилась, наука ушла далеко вперед, в частности, уравнения Эйлера были независимо переоткрыты рядом исследователей и представлены в линеаризованной форме, позволявшей получить их решение.

¹⁹ Юнг, основываясь на аналогии с ньютоновским выводом скорости звука в сжимаемом газе, не вполне ясных математических вычислениях и догадках, предложил, однако, правильную формулу для скорости волны в артерии (Young, 1808; 1809). В течение 70 лет этот весьма путанный вывод Юнгом уравнения для скорости волн оставался забытым, пока Моэнс и Кортевег в 1877–1878 гг. независимо друг от друга не нашли правильную формулу для скорости распространения волн (Moens, 1877; 1878; Korteweg, 1878; 1878a): $v = \sqrt{Eh / \rho D}$, где E — модуль упругости материала (модуль Юнга), h и D — соответственно толщина стенки и внутренний диаметр артериального сосуда, а ρ — плотность крови. Эта формула для скорости волны стала известна как формула Моенса — Кортевега (*Moens-Korteweg formula*). Детальный анализ истории формулы см. в (Tijsseling, Anderson, 2012).

Вместе с тем не стоит недооценивать вклад предшественников Эйлера. Сам он отдавал дань уважения Иоганну и Даниилу Бернулли, а также д'Аламберу²⁰. Эти авторы предвосхитили существенные черты подхода Эйлера. Иоганн Бернулли имел понятие о внутреннем давлении и некой конвективной производной. Д'Аламбер рассмотрел частные случаи дифференциальных уравнений неразрывности и движения, а также сформулировал общую идею выведения уравнений движения путем уравнивания ускорения, внешних сил и градиента давления. Роль Эйлера заключалась в том, чтобы отсеять ненужные и неясные элементы в обильных трудах его предшественников и объединить элементы, которые он считал фундаментальными, наиболее ясным и общим образом.

Однако в силу того, что работа E855 — сама по себе, как попытка моделирования кровотока, достойная восхищения, даже с учетом того, что ученому не удалось достичь поставленной цели, — была опубликована, да и то не полностью, с восьмидесятилетним запозданием, она не смогла оказать и не оказала сколько-либо заметного и документально подтверждаемого влияния на развитие физиологии. Поэтому о подлинном успехе и недооценке вклада Эйлера в развитие физиологии вряд ли можно говорить всерьез.

О «беспредельной мудрости творца»

Несколько слов следует сказать о рассуждениях Л. Эйлера об устройстве и функционировании человеческого глаза. Прежде всего, уместно отметить, что «*Lettres à une princesse d'Allemagne* (Письма к немецкой принцессе)» (Euler, 1768–1772; Эйлер, 2002)²¹, — это не академический трактат, а нечто среднее между тем, что сейчас называется научно-популярной литературой, и учебными пособиями по естествознанию.

Что касается содержательной стороны «Писем», то Эйлер не сообщает принципам ничего нового по сравнению с тем, что до него писали И. Кеплер, Р. Декарт, И. Ньютон и многие другие авторы.

Сравним, для примера, изложение вопроса о строении глаза и природе зрения в «Письмах» Эйлера (1760), в «Оптике» (1704) Ньютона и в «Диоптрике» (1637) Декарта. Начну с цитаты из Ньютона (см. также рис. 4):

<...> Когда человек смотрит на какой-нибудь объект PQR , то свет, исходящий из различных точек объекта, так преломляется прозрачными пленками и жидкостями глаза (то-есть внешней оболочкой EFG , называемой *Tunica Cornea* (т. е. роговица. — Прим. И.Д.)), и кристаллической жидкостью AB за зрачком (mk), что сходится и снова встречается в стольких же точках на дне глаза, вырисовывая здесь изображение на той оболочке (называемой *Tunica Retina*), которой покрыто дно глаза. Ибо анатомы, снимая со дна глаза внешнюю и наиболее толстую оболочку, называемую *Dura Mater* (т. е. склера. — Прим. И.Д.), могли видеть через более тонкие пленки изображения предметов, живо обрисовывавшиеся на них. Эти изобра-

²⁰ Хотя Эйлер сыграл известную роль в том, что д'Аламберу не удалось получить Берлинскую премию за работу о ветре (Grimberg, 1998).

²¹ Историю создания и публикации «Писем» см. в статье (Копелевич, Невская, Ожигова, 2002).

жения, распространяясь при помощи движения вдоль волокон оптических нервов в мозг, являются причиной зрения (Ньютон (1721), 1954, с. 19)²².

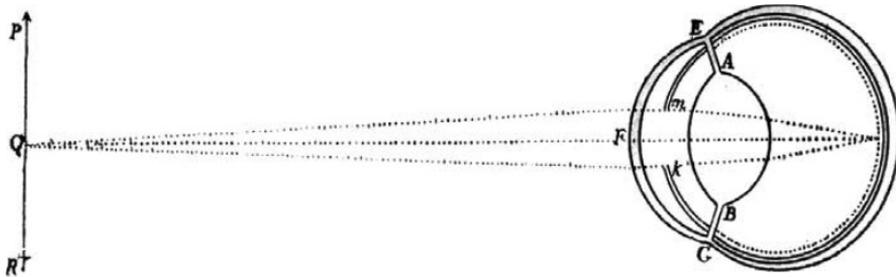


Рис. 4. Ход световых лучей в человеческом глазе по Ньютону

Fig. 4. The course of light rays in the human eye according to I. Newton.

Далее Ньютон касается причин ухудшения зрения и роли очков:

<...> соответственно тому, совершенны или несовершенны изображения, предмет виден совершенно или несовершенно. Если глаз окрашивается в какой-нибудь цвет (как при болезни желтухой), окрашивая в этот цвет изображение на дне глаза, то и все предметы кажутся окрашенными этим цветом. Когда в старом возрасте влажность глаза уменьшается, и *Cornea* и оболочка кристаллической жидкости становятся более плоскими, чем раньше, вследствие сжимания, то свет преломляется недостаточно, благодаря чему не будет сходиться на дне глаза, а в некотором месте сзади; вследствие этого свет отбрасывает на дно глаза неясное изображение, и соответственно нечетливости изображения объект будет также казаться неясным. Такова причина ослабления зрения у старых людей, она показывает также, почему зрение улучшается очками. Ибо такие выпуклые стекла пополняют недостаток круглоты в глазу и, увеличивая преломление, заставляют лучи сходиться скорее, так что они отчетливо сходятся на дне глаза, если стекло имеет требуемую степень выпуклости. Обратное происходит у близоруких людей, глаза которых слишком круглы. Ибо в этом случае преломление слишком велико, и лучи сходятся и встречаются в глазах раньше, чем приходят ко дну; поэтому изображение на дне и зрение, им вызываемое, не будут отчетливыми, если только объект не помещается близко от глаза, так, что место встречи сходящихся лучей может быть отодвинуто ко дну; излишняя круглота глаза может быть устранена и преломление уменьшено при помощи вогнутого стекла подходящей вогнутости; наконец, с возрастом глаз становится более плоским и принимает должную фигуру. Ибо близорукие люди видят удаленные предметы лучше в старом возрасте и считаются поэтому обладающими наиболее стойкими глазами (Ньютон, 1954, с. 19–20).

Теперь обратимся к третьей главе («О глазе») трактата Р. Декарта «Диоптрика». Французский мыслитель начинает эту главу с пояснения к рисунку 5, демонстрирующему строение глаза:

²² Цитируемые в основном тексте фрагменты содержатся также и в первом издании «Оптики» 1704 г. (Newton, 1704, p. 10–11), рисунок на вклейке между страницами 80 и 81.



Рис. 5. Строение человеческого глаза по Р. Декарту
 Fig. 5. The structure of human eye according to R. Descartes

Здесь ABCB — оболочка, достаточно толстая и твердая, как бы составляющая круглый сосуд, в котором содержатся все внутренние части; DEF — другая оболочка, менее плотная, обволакивающая, как обои стену, первую оболочку; ZH — так называемый оптический нерв, состоящий из большого числа тонких волокон, концы которых устилают все пространство GH: переплетаясь с большим числом маленьких вен и артерий, они образуют особого рода тело, в высшей степени нежное и деликатное, являющееся как бы третьей оболочкой, покрывающей все дно второй; K, L, M представляют собой нечто вроде слизи или жидкости, очень прозрачной, заполняющей все пространство, находящееся внутри этих оболочек, каждая из которых имеет вид, изображенный на рисунке. Опыт показывает, что средняя жидкость L, именуемая хрусталиком, вызывает приблизительно то же преломление, что и стекло или хрусталь, остальные две — K и M — вызывают несколько меньшее преломление, приблизительно такое, как вода; следовательно, световые лучи свободнее проходят через среднюю жидкость, нежели через крайние, и еще легче через последние две, чем через воздух. В первой оболочке часть BCB прозрачна и несколько больше искривлена, чем остальная — BAB. Во второй — внутренняя поверхность части EF, повернутая к главному дну, совершенно черная; в середине ее находится маленькое круглое отверстие FF, так называемый зрачок, расположенный в центре глаза, кажущийся довольно черным, когда его наблюдают извне (Декарт, 1953, с. 90–91).

Перву пока цитирование и обращусь к «Письмам» 41–44 Эйлера, написанным 15–21 августа 1760 г. В письме 40 («О зрении и о строении глаза») он начинает с гимна совершенству человеческого органа зрения, ибо «того немногого, что мы знаем (об устройстве глаза. — Прим. И.Д.), более чем достаточно, чтобы убедиться во всемогуществе и беспредельной мудрости Творца» (Эйлер, 2002, с. 91).

После этого Эйлер кратко описывает анатомию глаза, сопровождая свое объяснение рисунком (рис. 6), и особо останавливаясь на том, что в глазу имеются:

Четыре прозрачные среды, через которые должны пройти лучи, входящие в глаз: 1) роговица, 2) водянистая влага между A и B, 3) хрусталик bBcа и 4) стекловидное тело. Эти четыре вещества имеют различную плотность: переходя из одной среды в другую, лучи каждый раз подвергаются преломлению, причем эти среды расположены так, что лучи, выходящие

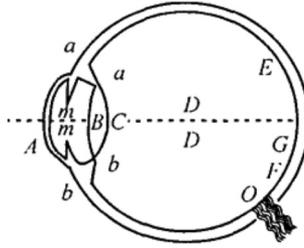


Рис. 6. Строение глаза по Л. Эйлеру

Fig. 6. The structure of the eye according to L. Euler

из одной точки какого-либо объекта, собираются внутри глаза также в одной точке и создают там изображение. ...Все объекты, лучи от которых поступают в глаз, воспроизводятся в своем естественном беловатом дне глаза (EGF на рисунке. — *Прим. И.Д.*), называемом *сетчаткой* (Эйлер, 2002, с. 92).

И далее Эйлер дает общее описание процесса зрения, которое Ю.В. Наточин справедливо определяет как «современно звучащее» (2016, с. 16): «Световые лучи, создающие изображение на глазном дне, раздражают тонкие нервы сетчатки, и это возбуждение передается дальше, по зрительному нерву к головному мозгу» (Эйлер, 2002, с. 93). Однако описание Эйлера мало чем отличается, скажем, от того, о чем писал в «Диоптрике» Декарт: «изображения предметов возникают не только на дне глаза; они проходят оттуда в мозг», ведь «поскольку свет есть не что иное, как движение или действие, стремящееся вызвать какое-то перемещение, постольку лучи, устремляющиеся из V (точки внешнего предмета. — *Прим. И.Д.*) к R (соответствующая точка на сетчатке. — *И.Д.*), приводят в движение все волокно [оптического нерва] ...и, следовательно, частицы мозга» (Декарт, 1953, с. 108–109). Того же мнения — изображение формируется на сетчатке, а зрительный нерв передает его в мозг — придерживался К. Шейнер (*Christoph Scheiner*; 1575–1650). Более того, еще в XIII в. Э. Вителло (*Erazmus Ciołek Witelo*) утверждал, что хрусталик, как совершенно прозрачное тело, не может задерживать световые лучи, а преломляет их, а изображение предмета получается на сетчатке. В XVI столетии базельский врач Ф. Платтер (*Felix Platter*; 1536–1614) показал, что хрусталик является увеличивающей линзой, отбрасывающей на сетчатку изображения внешних предметов. Наконец, можно упомянуть о блестящих оптических работах И. Кеплера (*Johannes Kepler*; 1571–1630), который установил, что глаз представляет собой оптическую систему, в которой роговица, хрусталик и стекловидное тело являются преломляющими средами, а сетчатка — воспринимающим свет органом. Полученное на сетчатке изображение предмета переносится, согласно Кеплеру, в зрительные центры («седалище зрительной способности») мозга. Аккомодацию глаза, т. е. его приспособление к ясному видению предметов на разных расстояниях, Кеплер объясняет сжатием либо расширением хрусталика, или приближением сетчатки к нему, или же обеими причинами вместе. Близорукость и дальнозоркость он (как, впрочем, и некоторые авторы до него) связывал с неправильной кривизной хрусталика (Белый, 1971, с. 123–124). В этой связи встает вопрос — а что нового сказал в 1760 г. Эйлер относительно строения глаза и процесса зрения?

Итак, Эйлер, как и Декарт, выделяет *четыре* преломляющие среды, Ньютон только две (возможно, ради краткости), однако сама идея таких сред принадлежит отнюдь не Эйлеру и не Декарту, ее можно найти, к примеру, в трактате об оптике Ибн аль-Хайсама (латинизированное имя — Альхазен; 965–1039), взгляды которого были известны в Европе и, в частности, петербургским академиком (Smith, 2001).

Заметим также, что Ньютон, в отличие от Декарта и Эйлера, не указывает на приводимом рисунке место вхождения оптического нерва в глаз (точка О на рис. 6 и точка Н на рис. 5). К этой теме я еще вернусь далее.

Письмо 42 («Продолжение и рассмотрение чудесных особенностей, открывающихся в строении глаза») посвящено рефлекторному изменению диаметра зрачка в зависимости от интенсивности падающего на глаз света. При этом изложение Эйлера носит сугубо описательный характер и ничем принципиально не отличается от написанного Р. Декартом в третьей главе «Диоптрики»:

Это отверстие (зрачок. — *Прим. И.Д.*) не сохраняет своих размеров: часть EF оболочки, где это отверстие находится, плавает свободно в очень жидкой среде К; оно кажется маленьким мускулом, могущим сокращаться и расширяться в зависимости от того, какие (ближние или дальние) предметы рассматриваются и какова резкость, с которой они разглядываются; в этом вы можете легко убедиться, следя за глазами ребенка. Если заставить его пристально наблюдать, то нетрудно заметить, что его зрачок становится несколько меньше при рассматривании близкого предмета, нежели далекого (причем последний не должен быть более освещенным); кроме того, если ребенок все время разглядывает один и тот же предмет, его зрачок делается значительно меньше, когда он находится в очень светлой комнате, нежели в затемненной...; наконец, если ребенок, оставаясь при той же степени освещенности и наблюдая тот же предмет, попытается рассматривать его мельчайшие подробности, его зрачок будет уже, чем в том случае, когда он обозревает предмет целиком и без внимания. Заметьте, что подобное движение должно быть названо волевым, несмотря на то что об этом не знают те, кто его делает; оно является зависимым и следует сознательному стремлению наблюдателя, желающего все как можно лучше рассмотреть... (Декарт, 1953, с. 90–92).

Правда, Декарт и Эйлер делают разные акценты в описании изменения размеров зрачка. Французский мыслитель обращает внимание на случаи уменьшения диаметра зрачков при напряжении глаз, когда необходимо сфокусироваться на очень близких предметах и их расширения при взгляде на дальний план, т. е. на ситуациях, когда действие человека может быть осознанным — например, желание тщательно рассмотреть предмет, — оговаривая, что само изменение размера зрачков не является результатом волевого усилия человека, тогда как Эйлер сосредотачивается на самих феноменах расширения и сужения зрачка, независимо от того, чем они обусловлены, подчеркивая, что сами по себе миоз и мидриаз не требуют волевого участия человека²³.

В письме 43 («Продолжение, и в особенности об огромном различии между глазом животного и искусственным глазом или камерой-обскурой») Эйлер резко критикует некоторых «вольнодумцев», заявляющих, что «если Бог при сотворении мира спросил бы их мнения, то они могли бы дать Ему хорошие советы», скажем, устроить глаз

²³ «Это изменение происходит как бы само собой, независимо от нашей воли» (Эйлер, 2002, с. 94).

попроще, «из одной только выпуклой линзы» (Эйлер, 2002, с. 95). Эйлер перечисляет недостатки такого выдуманного глаза, которые отсутствуют у «сотворенного Создателем» (Там же, с. 96). В частности, он указывает, что, будь глаз устроен так, как предлагают «вольнодумцы», это «привело бы к появлению на сетчатке разноцветного пятна, что серьезно исказило бы изображение» (Эйлер, 2002, с. 96). Фактически ученый поднял в этом письме весьма сложный вопрос о хроматической аберрации у линз. Вопрос этот имеет довольно запутанную историю. Вкратце ситуация развивалась так.

Хотя Исаак Ньютон настаивал на теоретической невозможности создания ахроматических линз (Bechler Z., 1975), Эйлер с ним не соглашался, полагая, что глаз состоит из линз, способных создавать практически идеальное изображение, т. е. глаз полностью ахроматичен, из чего вытекала возможность искусственно создать аналогичную ахроматическую конструкцию, подбирая соответствующие линзы.

6 февраля 1744 г. Л. Эйлер прочитал в Берлинской академии доклад о свете и цветах, в котором изложил свою волновую теорию света, согласно которой, в частности, каждый цвет характеризуется соответствующей частотой. Правда, пока это были лишь качественные рассуждения, которые не обрели еще математической формы. Однако отношение научного сообщества к идеям Эйлера было весьма вялым. В то время существовало множество теорий света и цветов, и концепция Эйлера рассматривалась как одна из них, не хуже и не лучше прочих. Сдержанный прием показал Эйлеру, что он должен придумать нечто более основательное.

Именно это Эйлер и сделал, опубликовав в 1746 г. свою фундаментальную работу «Новая теория света и цвета» (Euler, 1962), где дал математическое изложение своей волновой теории света, подробно остановившись на двух фундаментальных положениях:

1. Свет — это волна, передаваемая через упругий эфир²⁴, подобно тому, как звук распространяется в воздухе. Иными словами, и свет, и звук могут распространяться только в некоторой среде. Эйлер никогда не отказывался от этой аналогии между звуком и светом, и она служила ему руководящим принципом на протяжении всех его оптических исследований.

2. Цвет определяется частотой колебаний среды.

В 1747 г. Эйлер математически обосновал возможность создания ахроматической линзы (Euler, 1749)²⁵. В этой работе он не упоминает о частотах света, но выдвигает совершенно новую теорию дисперсии, которая сыграла решающую роль в обсуждении частот в его последующих трудах. Для решения уравнения, определя-

²⁴ Замечу, что эфир Эйлера заметно отличался от эфира Декарта и Гюйгенса, состоящего из твердых сферических частиц. Фактически Эйлер начинает главу II «Новой теории» с резкой критики картезианского понятия эфира, ошибочно полагая, что оно практически не отличается от аналогичного понятия у Гюйгенса. Эйлеровский эфир — это тонкая, чрезвычайно упругая и однородная жидкость (флюид), которая занимает всю Вселенную, вплоть до самых далеких звезд, иначе мы не смогли бы воспринимать эти звезды. Эфир Эйлера однороден (не содержит мельчайших частиц), наделен естественной плотностью, но никогда не встречается в естественном состоянии, поскольку всегда сильно сжат, что объясняет его чрезвычайную упругость. В «Письмах» он описывает эфир как жидкую материю, очень похожую на воздух, с той разницей, что эфир несравненно более тонкая субстанция и в то же время во много раз более упругая.

²⁵ Более полное рассмотрение этого вопроса Эйлер дал в работе (Euler, 1762).

ющего ахроматичность системы линз, требовалось определить функциональную связь между показателями преломления для различных цветов и различных сред. Как и Ньютон, Эйлер был убежден в существовании такого соотношения. В итоге Эйлеру действительно удалось вывести соответствующее уравнение — так называемый логарифмический закон дисперсии:

$$\log n_r / \log N_r = \log n_v / \log N_v \equiv \alpha,$$

где n_r и n_v — показатели преломления при прохождении соответственно красного и фиолетового цвета из воздуха в стекло; N_r и N_v — то же для случая прохождения красного и фиолетового света из воздуха в какую-либо другую среду.

В письме к Джону Доллонду от 15 июня 1752 г. Эйлер писал, что его закон «непоколебим (*inébranlable*)» (Euler, 1753–1754, p. 296). Однако он ошибался. Выведенная им формула, как было показано позднее, оказалась неверной, что неудивительно, поскольку большинство его математических аргументов были догадками, не подкрепленными никакими физическими доводами. Только после того, как О. Френель в 1818–1822 гг. ввел понятие о поперечных волнах и развил концепцию интерференции, волновая теория снова получила мощный импульс к дальнейшему развитию. Однако эта неверная формула и некорректная аналогия с глазом позволили Эйлеру сделать правильный в принципе вывод о возможности создания объектива телескопа, в котором дисперсия одной линзы компенсировалась бы противоположной дисперсией другой²⁶ (Euler, 1749). Такая возможность поддерживала убежденность ученого в правильности его теории.

Между тем английский ткач, торговец и оптик-любитель Дж. Доллонд (*John Dollond*; 1706–1761) получил через своего друга работу Эйлера и поспешил сообщить автору, что тот заблуждается, поскольку Ньютон прямо заявлял: преломление без дисперсии невозможно. В ответ Эйлер разъяснил, почему он считает вывод Ньютона ошибочным (Euler, 1753–1754), после чего Доллонд провел эксперименты, которые снова убедили его в правоте Ньютона (Dollond, 1753–1754). Но Эйлер продолжал настаивать на своем.

В 1755 г. С. Клингенстерна (*Samuel Klingenstierna*; 1698–1765), профессор математики в Упсале, написал Доллону, что сэр Исаак был введен в заблуждение своими экспериментами с дисперсией. Шведский ученый показал, что результаты Ньютона применимы только к призмам с малым апикальным углом (Klingenstierna, 1754). Письмо Клингенстерны и другая полученная Доллондом информация полностью изменили прежнее мнение последнего.

Чтобы получить преломление без дисперсии, Доллонд выбрал призмы, установив их так, чтобы вместе они действовали как параллельная пластина. Но дисперсия оставалась, откуда он сделал правильный вывод: дисперсия стекла больше, чем дисперсия воды, и, увеличив апикальный угол призмы, наполненной водой, получил преломление без дисперсии (Dollond, 1757–1758).

Кроме того, Доллонд, используя призмы из флингласса и кронгласса, варьируя их апикальные углы, методом проб и ошибок нашел их ахроматическую комбинацию («дублет Доллонда») (рис. 7). И нигде в своей работе он не сослался ни на Клингенстерну, ни на Эйлера. Англичанин просто заявил, что, хотя представление о преломлении, непременно сопровождаемом дисперсией, «обычно принималось как неопровержимая истина», но он (Доллонд) первым опроверг его «очевидными

²⁶ Эйлер предложил сочетание стеклянной и водяной линзы.

экспериментами» (Ibid., p. 735). Эйлер потом упрекнул Доллонда, но не за то, что тот не упомянул его статей, а совсем за другое: английский умелец «не определил показатель преломления ни для используемых им стекол, ни для двойных линз, изготовленных из них, и потому мне пришлось обращаться к моим расчетам» (Euler, 1762, p. 16).

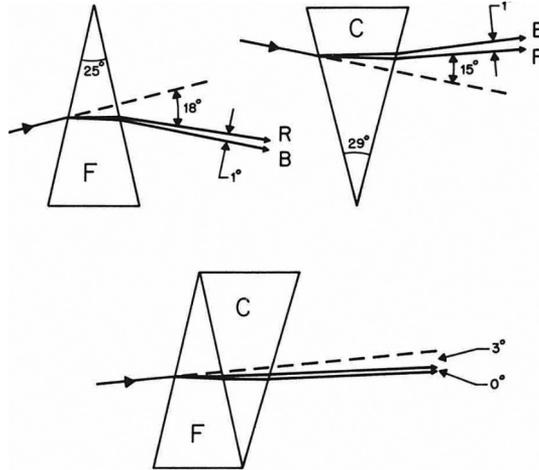


Рис. 7. Комбинация призм из крон- и флинтгласа, использованная Дж. Доллондом (рис. из (Rudd, 1988, p. 88, fig. 12))

Fig. 7. The combination of crown and flint glass prisms used by J. Dollond (fig. from (Rudd, 1988, p. 88, fig. 12))

Тем не менее Королевское общество избрало Доллонда своим членом и наградило в 1758 г. медалью Коплея (*Copley Medal*). Оптический бизнес Доллонда и его сына процветал, и на протяжении более ста лет фирма *Dollond* была известна своими высококачественными оптическими приборами. Фактически компания существует и по сей день, но больше не производит телескопы.

Большая часть работ Эйлера о свете была опубликована в трехчастном труде «Диоптрика» (Euler, 1769–1771). В этом сочинении обсуждаются свойства линз, закладываются основы для расчета оптических систем, даются описания микроскопов и телескопов.

Разумеется, сказанное не дает оснований для вывода о заметном вкладе Эйлера в физиологию зрения, эта история о другом, о том, в частности, что хотя идея Эйлера и Клингенстерны о полной ахроматичности человеческого глаза была ложной, она тем не менее заставила их поверить в возможность создания линзы, свободной от хроматических aberrаций, и ее действительно удалось сконструировать.

В заключение вернусь к проблеме оптического нерва. Эйлер не внес никакого вклада в ее решение, чего нельзя сказать о Д. Бернулли.

Слепое пятно

Начиная с эпохи Возрождения сетчатка считалась истинным органом зрения. Роль стекловидного тела и хрусталика в процессе зрения оставалась предметом спо-

ров. Учитывая этот исторический контекст, открытие Э. Мариоттом (*Edme Mariotte*; ок. 1620–1684) слепого пятна должно было произвести и произвело сенсацию (см. приложение). Мнения о его происхождении разделились. Одна группа, соглашаясь с Э. Мариоттом, связывала происхождение пятна с местом проникновения зрительного нерва в хориоидею²⁷, другая, придерживаясь гипотезы Ж. Пеке (*Jean Pecquet*; 1622–1674), — с видимой сетью кровеносных сосудов в сетчатке.

В своем трактате об оптическом нерве Д. Бернулли, возможно, вдохновленный дискуссиями в петербургском кругу, также внес свой вклад в полемику вокруг этого открытия. Он предложил экспериментально разрешить спор между Мариоттом и Пеке. Работа, посвященная исследованию зрительного нерва, была написана Бернулли в 1726 г. в Санкт-Петербурге и напечатана в «Комментариях» Академии (Bernoulli, 1728a). В начале этого сочинения автор изложил суть полемики, предположив, что определение формы, расположения и размера слепого пятна позволят разрешить спор. В частности, он обнаружил, что оно расположено именно в той точке, где можно продемонстрировать анатомический вход зрительного нерва через хороид. В этом аспекте мнение Мариотта подтверждается. В то же время Бернулли отметил, что зрительный нерв не может входить в глазное яблоко точно напротив зрачка, поскольку в этом случае наблюдатель видел бы отверстие во всех объектах, на которые он направляет свой взгляд. Если же, напротив, зрительный нерв входит в глазное яблоко сбоку, то не будут видны только те объекты, которые находятся под соответствующим углом к линии взгляда. Более того, поскольку зрительный нерв входит в глазное яблоко не под углом, а радиально, то это приводит к наименьшим потерям зрительного восприятия.

Согласно Бернулли, слепое пятно имеет круглую форму и его диаметр составляет одну седьмую диаметра всего глазного яблока, что с современной точки зрения несколько завышено, но по порядку величины указанная пропорция близка к правильной (ок. 1 : 12).

Экспериментальные и геометрические методы Бернулли для демонстрации и расчета слепого пятна были оригинальными в истории офтальмологии и, несомненно, стали важным шагом в ее развитии. А. фон Халлер (*Albrecht von Haller*; 1708–1777) в своей работе «*Elementa Physiologiae*» (Haller, 1763, p. 471) оценил подход Бернулли как «более совершенный (*sublitiior*)», чем у его предшественников.

«Физиология, физика, математика»

В заключение уместно сделать замечание общего характера. Я уже писал о том, что научная революция начала Нового времени прошла два этапа: натурфилософский (XVI–XVII вв.) и собственно научный (Дмитриев, 2020). На первом этапе натурфилософская традиция сосуществовала с иными (экспериментальной, математической и проч.), а в ряде случаев доминировала над ними. Для второго этапа (XVIII в.) характерно преобладание математического подхода (там, где это возможно) в его сочетании с экспериментальными исследованиями. Эйлер (как и

²⁷ Хориоидея, или хориоидея (лат. *chorioidea*), — собственно сосудистая оболочка глаза. Хориоидея питает сетчатку и восстанавливает постоянно распадающиеся зрительные вещества. Она расположена под склерой.

Д. Бернулли) стал своего рода пограничной фигурой между этими этапами. И это не случайно. По словам С.И. Вавилова, «математическому гению Эйлера не хватало физической интуиции Ньютона и Гюйгенса, позволявшей угадывать решение при отсутствии точной математической формулировки задачи или методов ее решения» (Вавилов, 1956, с. 144). Действительно, как выразился Г.К. Михайлов, «вера в могущество формул сопровождала его на всем жизненном пути» (Михайлов, 2019, с. 60). В этом была и сила, и слабость Эйлера. Но именно такой исследователь и требовался в первой половине XVIII столетия, чтобы переломить господствующую натурфилософскую тенденцию.

Что же касается физиологии, то мне бы не хотелось углубляться в диалектически праздный вопрос о том, кто из российских ученых XVIII столетия внес наибольший вклад в ее развитие. Отмечу только, что нет веских оснований как-то особо выделять заслуги Л. Эйлера в формировании этой области знаний как в силу обстоятельств, указанных выше, так и по причине того, что вклад, скажем, Д. Бернулли, даже при самом благожелательном отношении к Эйлеру-физиологу, вряд ли менее значим. Еще раз подчеркну: речь идет не об отрицании эйлеровских заслуг в истории физиологии, но о взвешенной их оценке в историко-научном контексте.

И последнее. В своей статье (2016) Ю.В. Наточин приводит в качестве иллюстрации заслуг Эйлера в области физиологии установленный в Президиуме РАН скульптурный портрет ученого работы Ж.Д. Рашетта (1784) с надписью на медной табличке «Физиология, физика, математика». Тем самым физиология не только включена в перечень важнейших дисциплин, где проявился гений Эйлера, но и поставлена на первое место по отношению к прочим. Как относиться к такой надписи?

Полагаю, что наличие такой надписи вызывает совершенно разные эмоции и оценки: современному ученому табличка напоминает о том, что ее составитель правильно оценил обычно не акцентированные должным образом заслуги Эйлера-физиолога, мне же она говорит о другом, совсем о другом... Ученый-специалист и историк науки видят реалии прошлого в различных контекстах. Первый не всегда уделяет должное внимание скрупулезному изучению первоисточников и исторического контекста. И тогда историк вынужден вступать в полемику.

Приложение

В 1668 г. французский физик Э. Мариотт сообщил Королевскому обществу в Лондоне о своем прорывном открытии в области физиологии органов чувств. Он признал, что точка входа *nervus opticus* в *bulbus oculi* нечувствительна к световым лучам и, следовательно, является слепой. Исследуя глаза животных, он заметил, что точка входа зрительного нерва не лежит прямо напротив зрачка. Чтобы выяснить, как работает зрение в этой точке *fundus* (глазного дна), Мариотт провел следующий эксперимент: он прикрепил два разных по размеру листа бумаги на разной высоте к черной стене. Шагая назад и фиксируя взгляд на меньшем листе, он заметил, что больший лист исчезает из поля зрения на расстоянии от 9 до 14 футов, но хорошо виден на всех остальных расстояниях. Мариотт решил, что лучи света, исходящие от большего листа бумаги, должны, следовательно, в этот момент падать точно на точку входа зрительного нерва. Точка входа, как он заключил, нечувствительна к свету.

Однако Мариотт сделал из этого открытия ложный вывод. Он считал, что тканевым слоем, обладающим способностью видеть, является увея, а не сетчатка, поскольку она отсутствует в месте вхождения зрительного нерва (Mariotte, 1682).

Литература

- Белый Ю.А.* Иоганн Кеплер (1571–1630). М.: Наука, 1971. 295 с.
- Бернулли Д.* Гидродинамика, или Записки о силах и движениях жидкостей / Пер. В.С. Гохмана; коммент. и ред. акад. А.И. Некрасова и проф. К.К. Баумгарта; статья акад. В.И. Смирнова. Л.: Изд. АН СССР, 1959 (Серия «Классики науки»). 551 с.
- Вавилов С.И.* Физическая оптика Леонарда Эйлера // Вавилов С.И. Собрание сочинений: в 4 т. Т. 3: Работы по философии и истории естествознания. М.: Изд-во АН СССР, 1956. С. 138–147.
- Декарт Р.* Описание человеческого тела. Трактат об образовании животного // Декарт Р. Избранные произведения. М.: Госполитиздат, 1950. С. 545–592.
- Декарт Р.* Диоптрика // Декарт Р. Рассуждение о методе с приложениями Диоптрика, Метеоры, Геометрия / Ред., перевод, статьи и коммент. Г.Г. Слюсарева и А.П. Юшкевича. Л.: Академия наук СССР, 1953. С. 67–187.
- Дмитриев И.С.* Континентальная парадигма островной науки (Кто стал создателем «ньютоновской науки»?) // Социология науки и технологий, 2020. Т. 11, № 4. С. 7–28.
- Кизилова Н.Н.* Л. Эйлер и история биомеханики // Леонард Эйлер: к 300-летию со дня рождения. Сб. ст. / Отв. ред. В.Н. Васильев; сост. Л.И. Брылевская, М. Маттмюллер, Ж. Сезиано. СПб.: Нестор-История, 2008. С. 171–182.
- Копелевич Ю.Х.* Материалы к биографии Леонарда Эйлера // Историко-математические исследования. Вып. 10 / Под ред. Г.Ф. Рыбкина и А.П. Юшкевича. М.: Гос. изд-во технико-теоретической литературы, 1957. С. 9–68.
- Копелевич Ю.Х., Невская Н.И., Ожигова Е.П.* История создания «Писем к немецкой принцессе» и их адресаты // Эйлер Л. Письма к немецкой принцессе о разных физических и философских материях / Изд. подгот. М.А. Бобович, О.С. Заботкина, М.А. Зубков, Ю.Х. Копелевич, Н.И. Невская, Е.П. Ожигова, Я.А. Смординский. СПб.: Наука, 2002. С. 535–554.
- Коштовяц Х.С.* Очерки по истории физиологии в России. М. — Л.: Изд-во АН СССР, 1946. 494 с.
- Ланге К.А.* Кафедра анатомии и физиологии Петербургской Академии наук // Физиологические науки в СССР: Становление, развитие, перспективы / Под ред. Н.П. Бехтеревой. Л.: Наука, 1988. С. 21–29.
- Материалы для истории Императорской Академии наук: в 10 т. / Под ред. [М.И. Сухомлинова]. Т. 1: 1716–1730. СПб.: Типография Императорской Академии наук, 1885. 733 с.
- Михайлов Г.К.* Леонард Эйлер (к 300-летию со дня рождения) // Леонард Эйлер: К 300-летию со дня рождения. Сб. ст. / Отв. ред. проф. В.Н. Васильев; сост. Л.И. Брылевская, М. Маттмюллер, Ж. Сезиано. СПб.: Нестор-История, 2008. С. 8–21.
- Михайлов Г.К.* Леонард Эйлер и его вклад в развитие рациональной механики // Михайлов Г.К. Сочинения: в 3 т. Т. 1: Eureka. М.: Товарищество научных изданий КМК, 2019. С. 40–85.
- Михайлов Г.К.* Становление гидравлики и гидродинамики в трудах петербургских академиком (XVIII век) // Михайлов Г.К. Сочинения: в 3 т. Т. 2: История науки I. М.: Товарищество научных изданий КМК, 2021. С. 149–170.
- Наточин Ю.В.* Леонард Эйлер — адъюнкт по физиологии Академии художеств и наук // Леонард Эйлер и современная наука. Материалы международной конференции. СПб.: СПбНЦ РАН, 2007. С. 28–30.

Наточин Ю.В. Проблемы физиологии в творчестве Леонарда Эйлера // Российский физиологический журнал им. И.М. Сеченова. 2008. Т. 94, № 3. С. 338–342.

Наточин Ю.В. Становление физиологии в России: XVIII век // Историко-биологические исследования. 2016. Т. 8. № 2. С. 9–24.

Ньютон И. Оптика или трактат об отражениях, преломлениях, изгибаниях и цветах света / Пер. с третьего английского издания 1721 г. с примечаниями С.И. Вавилова. Изд-е 2-е, просмотренное Г.С. Ландсбергом. М.: Гос. изд-во технико-теоретической литературы, 1954. 365 с.

Пекарский П. Екатерина II и Эйлер // Записки Императорской Академии наук. Т. 6. Кн. 1. 1865. С. 59–92.

Протоколы заседаний Конференции Императорской Академии наук с 1725 по 1803 год. Т. I: 1725–1743. СПб.: Тип. ИАН, 1897. 869 с.

Российская Академия наук. Персональный состав: В 4 кн. Кн. 1: Действительные члены. Члены-корреспонденты. Почетные члены. Иностранные члены. 1724–1917 / Сост. Б.В. Левшин. М.: Наука, 2009. 562 с.

Фомин С.В., Беркинблит М.Б. Математические проблемы в биологии. М.: Наука, 1973. 200 с.

Эйлер Л. Письма к немецкой принцессе, посвященные различным предметам физики и философии / Отв. ред. Н.И. Невская. СПб: Наука, 2002. 720 с.

Юшкевич А.П. Леонард Эйлер. Жизнь и творчество // Развитие идей Леонарда Эйлера и современная наука. Сб. ст. / Под ред. Н.Н. Боголюбова, Г.К. Михайлова, А.П. Юшкевича. М.: Наука, 1988. С. 15–46.

Arterial Stiffness in Hypertension / Ed. by M.F. O'Rourke, M.E. Safar // Handbook of Hypertension Series. Vol. 23. Edinburgh: Elsevier, 2006. P. 3–19.

Bechler Z. "A Less Agreeable Matter": The Disagreeable Case of Newton and Achromatic Refraction // The British Journal for the History of Science, 1975. Vol. 8. № 2. P. 101–126.

Bernoulli J. De motu musculorum, de effervescencia et fermentation. Accedunt Petri Antonii Michelotti Tridentini Animadversiones X ad ea, quae cl. vir Jacobus Keill M.D. protulit in tentamine V. quod est de motu musculari. Venetiis: Pinellorum aere, 1721. 362 p.

Bernoulli D. Dissertatio inauguralis physico-medica de respiratione, quam consensu & auctoritate gratiosissimi medicorum ordinis in universitate patria pro summis in arte medica honoribus & privilegiis doctoralibus rite consequendis, ad diem 2. septembr. 1721. l.h.q.s. publico examini subijcit Daniel Bernoulli, Joh. fil. Basileae: Typis Johannis Ludovici Brandmülleri, 1721. 54 p.

Bernoulli D. Positiones Miscellaneae Medico-Anatomico-Botanicæ, quas ... jussu & auctoritate amplissimi senatus academici pro vacante professione anatomico-botanica solenni eruditorum examini subijcit in auditorio hyberno horis consuets Daniel Bernoulli, med. cand. Ad diem 24. Octobr. 1721. Basileæ: typis Johannis Ludovici Brandmülleri, 1721a. 44 p.

Bernoulli D. Exercitationes quaedam mathematicae. Venetiis: apud Dominicum Lovisam, 1724. 96 p.

Bernoulli D. Tentamen novae de Motu Musculorum Theoriae // Commentarii Academiae Scientiarum Imperialis Petropolitanae (1726) 1728. T. 1. P. 297–313.

Bernoulli D. Experimentum circa nervum opticum // Commentarii Academiae Scientiarum Imperialis Petropolitanae (1726) 1728a. T. 1. P. 314–317.

Bernoulli D. Hydrodynamica, sive, De viribus et motibus fluidorum commentarii: opus academicum ab auctore, dum Petropoli ageret, congestum. Argentorati: Sumptibus Johannis Reinholdi Dulseckeri, 1738. 304 p.

Bernoulli D. Oratio physiologica de vita // Verhandlungen der Naturforschenden Gesellschaft in Basel, 1940/1941. Bd. 52. S. 189–266.

Bernoulli D. Die Werke, Band 1: Medizin & Physiologie; Mathematische Jugendschriften / Hrsg. D. Speiser, V. Zimmermann, U. Bottazzini, M. Howald-Haller. Basel, Boston, Berlin: Birkhäuser Verlag, 1996. 525 s.

Bernoulli D. Oratio physiologica De Vita: et actus promotorius in creatione doctorum Joh. Phil. Metz et Joh. Jac. Ritter (Ms Basel, UB, UBH L Ia 753: Fol. 326–329) // *Bernoulli D.* Die Werke, Band 1: Medizin & Physiologie; Mathematische Jugendschriften / Hrsg. D. Speiser, V. Zimmermann, U. Bottazzini, M. Howald-Haller. Basel, Boston, Berlin: Birkhäuser Verlag, 1996a. S. 107–116.

Bernoulli D. Die Werke. In 8 Bde. / Im Auftrag der Naturforschenden Gesellschaft Basel und der Otto-Spiess-Stiftung; Hrsg. von David Speiser. Basel; Boston: Birkhäuser, 1982–2004. Bd. 5: Hydrodynamik II / Ed. von D. Speiser, P. Radelet-de Grave; bearb. und kommentiert von G.K. Mikhailov. 2002. 729 s.

Bernoulli an Euler; Basel, 25. Dezember 1743 // Euler L. Opera omnia / Sub auspiciis Academiae Scientiarum Naturalium Helveticae. Edenda curaverunt Vanja Hug, Andreas Kleinert, Martin Mattmüller, Gleb K. Mikhajlov, Fritz Nagel, Norbert Schappacher, Thomas Steiner. Series 4 A: A commercium epistolicum. Vol. 3. Pars I. Basel: Birkhäuser, 2016. S. 582–588 (Übersetzung: 588–593).

Bistafa S.R. Euler, Father of Hemodynamics // *Advances in Historical Studies*, 2018. Vol. 7, № 2. P. 97–111.

Bonow R.O., Mann D.L., Zipes D.P., Libby P. Braunwald's Heart Disease: A Textbook of Cardiovascular Medicine. 9th edition. Elsevier Science, Philadelphia, 2011. 2040 p.

Borelli J.A. De motu animalium Io. Alphonsi Borelli neapolitani matheseos professoris: opus posthumum. Romae: Ex typographia Angeli Bernabò, 1680–1681.

Cerny L.C., Walawender W.P. Leonhardi Euleri's "Principia pro motu sanguinis per arterias determinando" // *Journal of Biological Physics*, 1974. Vol. 2. Iss. 1. P. 41–56.

D'Alembert J.L.R. Recherches sur la courbe que forme une corde tendue mise en vibration // *Histoire de l'Académie royale des sciences et belles lettres de Berlin pour l'année 1747, 1750*. P. 214–219.

Darrigol O. Worlds of Flow. History of Hydrodynamics from the Bernoullis to Prandtl. Oxford: Oxford University Press, 2005. 356 p.

Dollond J. A Letter from Mr. John Dollond to James Short, A.M. F.R.S. concerning a Mistake in M. Euler's Theorem for correcting the Aberrations in the Object-Glass of refracting Telescopes (Read Nov. 23, 1752) // *Philosophical Transactions of the Royal Society of London, 1753–1754*. Vol. 48. Part I. P. 289–291.

Dollond J. An Account of Some Experiments concerning the Different Refrangibility of Light with a Letter from James Short, M.A.F.R.S. (Read June 8, 1758) // *Philosophical Transactions of the Royal Society of London, 1757–1758*. Vol. 50. P. II. P. 733–743.

Eneström G. Verzeichnis der Schriften Leonhard Eulers // *Jahresberichte der Deutschen Mathematiker-Vereinigung, Ergänzungsband 4*. Lief. 1–2. Leipzig: B.G. Teubner, 1910–1913.

Euler L. Methodus inveniendi lineas curvas maximi minimive proprietate gaudentes, sive Solutio problematis isoperimetrici latissimo sensu accepti. Lausannae et Genevae: apud M. M. Bousquet et socios, 1744. 322 p.

Euler L. Sur la perfection des verres objectifs des lunettes // *Mémoires de l'Académie des sciences de Berlin (1747)*. Vol. 3. 1749. P. 274–296.

Euler L. A Monsieur Dollond (Read July 8, 1753) // *Philosophical Transactions of the Royal Society of London, 1753–1754*. Vol. 48. P. I. P. 293–296.

Euler L. De la propagation du son (E305) // *Mémoires de l'Académie des Sciences de Berlin, 1759*. T. 15. P. 185–209.

Euler L. Constructio lentium obiectivarum ex duplici vitro quae neque confusionem a figura sphaerica oriundam neque dispersionem colorum pariant. Dissertatio occasione Quaestiones de Perfectione Telescopiorum ab Imperiale Academia Scientiarum Petropolitana pro praemio propositae conscripta. Petropoli: Typis Academiae Scientiarum, 1762. 32 p.

Euler L. Lettres à une princesse d'Allemagne sur divers sujets de physique & de philosophie. En 3 t. Saint-Petersbourg: Imprimerie de l'Académie impériale des sciences, 1768–1772.

Euler L. Dioptricae pars prima continens librum primum, de explicatione principiorum, ex quibus constructio tam telescopiorum quam microscopiorum est petenda. 3 Bände. St. Petersburg: Impensis Academiae Imperialis Scientiarum, 1769–1771.

Euler L. Principia pro motu sanguinis per arterias determinando // Opera Postuma: Mathematica et Physica, Anno MDCCCXLIV [1844] detecta quae Academiae Scientiarum Petropolitanae obtulerunt ejusque auspiciis ediderunt auctoris pronepotes Paulus Henricus Fuss et Nicolaus Fuss. In 2 t. T. 2. Petropoli: apud Eggers et socios etc., 1862. P. 814–823.

Euler L. Principes généraux de l'état d'équilibre des fluides (1755) (E225) // Euler L. Opera omnia. Ser. 2: Opera mechanica et astronomica. Vol. 12: Commentationes mechanicae ad theoriam corporum fluidorum pertinentes / Ed. Clifford Ambrose Truesdell. Basileae: Birkhäuser, 1954. P. 2–53.

Euler L. Principes généraux du mouvement des fluides (1755) (E226) // Euler L. Opera omnia. Ser. 2: Opera mechanica et astronomica. Vol. 12: Commentationes mechanicae ad theoriam corporum fluidorum pertinentes / Ed. Clifford Ambrose Truesdell. Basileae: Birkhäuser, 1954a. P. 54–91.

Euler L. Continuation des recherches sur la théorie du mouvement des fluids (1755) (E227) // Euler L. Opera omnia. Ser. 2: Opera mechanica et astronomica. Vol. 12: Commentationes mechanicae ad theoriam corporum fluidorum pertinentes / Ed. Clifford Ambrose Truesdell. Basileae: Birkhäuser, 1954b. P. 92–132.

Euler L. Commentationes mechanicae ad theoriam corporum fluidorum pertinentes / Editio Clifford Ambrose Truesdell. Volumen posterius. (Series: Leonhardi Euleri opera omnia; Series secunda: Opera mechanica et astronomica; v. 13). Lausanne: Orell Fussli Turici, 1955.

Euler L. Nova theoria lucis and colorum // Euler L. Opera Omnia. Ser. 3: Opera physica, miscellanea, epistolae. Vol. 5: Commentationes opticae, 1 / Sub auspiciis Societatis Scientiarum Naturalium Helveticae. Edenda curaverunt Ferdinand Rudio, Adolf Krazer, Paul Stäckel. Leipzig; Berlin: Druck und Verlag von B.G. Teubner, 1962. P. 1–45.

Euler L. Principia pro motu sanguinis per arterias determinando // Euler L. Opera omnia. Ser. 2: Opera mechanica et astronomica; 16: Commentationes mechanicae ad theoriam machinarum pertinentes / Sub auspiciis Academiae Scientiarum Naturalium Helveticae. Edenda curaverunt Ferdinand Rudio, Adolf Krazer, Paul Stäckel. Leipzig; Berlin: Druck und Verlag von B.G. Teubner, 1979. S. 178–196.

Euler to Goldbach, Berlin, August 28th, 1742 // Euler L. Opera omnia / Sub auspiciis Academiae Scientiarum Naturalium Helveticae. Edenda curaverunt Vanja Hug, Andreas Kleinert, Martin Mattmüller, Gleb K. Mikhajlov, Fritz Nagel, Norbert Schappacher, Thomas Steiner. Series 4 A: A commercium epistolicum. Vol. 4. P.I. Basel: Birkhäuser, 2015. S. 203–209 (перевод на английский: 719–725).

Euler L. Defining the principles for the motion of blood through arteries. E 855 — Principia pro motu sanguinis per arterias determinando / Translated and Annotated by Sylvio R. Bistafa, December 2017 // URL: <https://arxiv.org/ftp/arxiv/papers/1802/1802.02496.pdf> (дата обращения: 01.02.2024).

Euler L. Sur la perfection des verres objectifs des lunettes // Euler L. Opera Omnia. Ser. 3: Opera physica, miscellanea, epistolae. Vol. 6: Commentationes opticae, 2 / Sub auspiciis Societatis Scientiarum Naturalium Helveticae ... Edenda curaverunt Ferdinand Rudio, Adolf Krazer, Paul Stäckel. Leipzig; Berlin: Druck und Verlag von B.G. Teubner, 1962a. P. 1–21.

Hales S. Statical Essays: Containing Hæmastatics; Or, An Account of some Hydraulic and Hydrostatical Experiments Made On The Blood and Blood-Vessels of Animals: Also An Account of some Experiments on Stones in the Kidneys and Bladder: with an Enquiry into the Nature of those anomalous Concretions: To which is added, An Appendix, Containing Observations and Experiments relating so several Subjects in The First Volume: The greatest Part of which were read at several Meetings before the Royal Society. With an Index to both Volumes. Vol. II. London: printed for W. Innys and R. Manby; and T. Woodward, 1733. 361 p.

Haller A. von. Elementa physiologiae corporis humani. Lausannae: Sumptibus M. M. Bousquest et Sociorum: S. D'Arnay: F. Grasset; Leyden: C. Haak, 1757–1766. Vol. 5 (1763).

Harvey W. Exercitatio anatomica de motu cordis et sanguinis in animalibus Guilielmi Harvei angli, Medici Regii & Professoris Anatomiae in Collegio Medicorum Londinensi. Francofurti: Sumptibus Guilielmi Fitzeri, 1628. 74 p.

Grimberg G. D'Alembert et les equations aux dérivées partielles en hydrodynamique. These, Universite Paris 7, 1998. Pp. 8–10.

Klingenstierna S. Kungl. Svenska vetenskapsakademiens handlingar, 1754. Vol. 16. P. 297–306.

Korteweg D.J. Over voortplantings-snelheid van golven in elastische buizen. Amsterdam: S.C. van Doesburgh, 1878. 166 p.

Korteweg D.J. Ueber die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles in elastischen Röhren // Annalen der Physik und Chemie, New Series 5. 1878a. S. 525–542.

Mariotte E. Lettres écrites sur le sujet d'une nouvelle découverte touchant la veüe. Paris: J. Cusson, 1682. 24 p.

Michelotti P.A. De separatione fluidorum in corpore animali: dissertatio physico-mechanico-medica. Venetiis: Pinellorum aere, 1721. 362 p.

Moens I.A. Over de voortplantingssnelheid van den pols. Leiden: S.C. van Doesburgh, 1877. 76 p.

Moens I.A. Die Pulscurve. Leiden: E.J. Brill, 1878. 85 p.

Newton I. Opticks, or a Treatise of the Reflections, Refractions, Inflections and Colours of Light. London: Printed for Sam. Smith, and Benj. Walford, London, 1704. 211 p.

Pagel W. William Harvey's biological ideas: selected aspects and historical background. Basel; New York: Karger — New York: Hafner Publ. Co., 1967. 394 p.

Parker K. A brief history of arterial wave mechanics // Medical & Biological Engineering & Computing. Vol. 47. Is. 2. 2009. P. 111–118.

Passavant D. Dissertatio Inauguralis Mechanico-Medica De Vi Cordis. [Basel]: Typis Iohannis Christ Viduae, 1748. 14 p.

Pedley T.J., Luo X.Y. Modelling Flow and Oscillations in Collapsible Tubes // Theoretical and Computational Fluid Dynamics. Vol. 10. 1998. P. 277–294.

Riemann B. Ein Beitrag zu den Untersuchungen über die Bewegungen eines gleichartigen flüssigen Ellipsoids // Abhandlungen der Königlichen Gesellschaft der Wissenschaften in Göttingen, 1861. Bd. 9. S. 3–36.

Rudd M.E. The Rainbow and the Achromatic Telescope: Two Case Studies // Physics Teacher. 1988. Vol. 28. P. 82–89.

Saito M., Ikenaga Y., Matsukawa M., Watanabe Y., Asada T., Lagrée P. One-Dimensional Model for Propagation of a Pressure Wave in a Model of the Human Arterial Network: Comparison of Theoretical and Experimental Results // Journal of Biomechanical Engineering. 2011. Vol. 133. № 12. Article ID: 121005.

Shapiro L.M., Kenny A. Echokardiographie. Berne, Switzerland: Hans Huber Verlag; 2002. 250 s.

Smith, A.M. Alhacen's Theory of Visual Perception: A Critical Edition, with English Translation and Commentary, of the First Three Books of Alhacen's "De aspectibus", the Medieval Latin Version of Ibn al-Haytham's "Kitab al-Manazir": Volume Two // Transactions of the American Philosophical Society. 2001. Vol. 91. Part 5. P. 339–680, esp. p. 348–355.

Tijsseling A.S. Fluid-structure interaction in liquid-filled pipe systems: a review // Journal of Fluid and Structures. 1996. Vol. 10. № 2. P. 109–146.

Tijsseling A.S., Anderson A. A Isebree Moens and D.J. Korteweg: On the Speed of Propagation of Waves in Elastic Tubes, 2012 [Электронный ресурс] http://www.win.tue.nl/~atijssel/pdf_files/CASA-12-42.pdf (дата обращения: 15.01.2024).

Weber E.H., Weber W.E. Wellenlehre auf Experimente gegründet, oder über die Wellen tropbarer Flüssigkeiten mit Anwendung auf die Schall- und Lichtwellen, Leipzig: Fleischer, 1825.

Weber W.E. Theorie der durch Wasser oder andere incompressible Flüssigkeiten in elastischen Röhren fortgeplanzten Wellen // Berichte der Gesellschaft der Wissenschaften zu Leipzig: Math. Phys. Kl., 1866. Bd. 18. S. 353–357.

Young T. Hydraulic investigations, subservient to an intended Croonian lecture on the motion of the blood // Philosophical Transactions of the Royal Society. 1808. Vol. 98. P. 164–186.

Young T. On the functions of the heart and arteries. The Croonian lecture // Philosophical Transactions of the Royal Society. 1809. Vol. 99. P. 1–31.

An Inscription under the Bust: on the Contribution of Leonhard Euler to the Development of Physiology

IGOR S. DMITRIEV

St. Petersburg Branch of the S.I.Vavilov Institute for the History of Science and Technology
of the Russian Academy of Sciences, St. Petersburg, Russia

This publication is a response to a number of articles and speeches of the scholars of authority, concerning Leonard Euler's contribution to the development of physiology. The article discusses Euler's works that are somehow or other related to physiology, as well as those of D. Bernoulli's. The article focuses on Euler's studies devoted to mathematical modeling of blood flow, human eye structure and physiology of vision. It is shown that Euler was could not to provide a mathematical description of hemodynamics, as his work on this subject was published partially in 1862 only, with its complete version published in 1979, and thus could not have had any influence on the development of physiology. As for Euler's considerations about the structure and functions of the eye, they contained nothing fundamentally new compared to what Newton, Descartes and other researchers had written on this subject before him. The article also maintains that, contrary to still widespread opinion, Euler had never worked at the Department of Anatomy and Physiology of the St. Petersburg Academy of Sciences and Arts.

Keywords: L. Euler, D. Bernoulli, hemodynamics, physiology of vision, St. Petersburg Academy of Sciences and Arts, Yu.V. Natochin

References

- Protokoly zasedaniĭ Konferentsii Imperatorskoĭ Akademii nauk s 1725 po 1803 goda: v 4-kh tomakh. T. I: 1725–1743.* [Minutes of the Sessions of the Conference of the Imperial Academy of Sciences from 1725 to 1803: in 4 volumes. Vol. 1: 1725–1743]. St.-Petersburg: Tipografiia Imperatorskoĭ Akademii nauk (in Russian).
- Bechler, Z. (1975). "A Less Agreeable Matter": The Disagreeable Case of Newton and Achromatic Refraction. *The British Journal for the History of Science*, 8 (2), 101–126.
- Belyĭ, Iu. A. (1971). *Iohann Kepler (1571–1630)* [Johannes Kepler (1571–1630)]. Moscow: Nauka (in Russian).
- Bernoulli, J. (1721). *De motu musculorum, de effervescentia et fermentation. Accedunt Petri Antonii Michelotti Tridentini Animadversiones X ad ea, quae cl. vir Jacobus Keill M. D. protulit in tentamine V. quod est de motu musculari.* Venetiis: Pinellorum aere.
- Bernoulli, D. (1721). *Dissertatio inauguralis physico-medica de respiratione, quam consensu & auctoritate gratiosissimi medicorum ordinis in universitate patria pro summis in arte medica honoribus & privilegiis doctoralibus rite consequendis, ad diem 2. septembr. 1721. l.h.q.s. publico examini subjicit Daniel Bernoulli, Joh. fil.* Basileae: Typis Johannis Ludovici Brandmülleri.
- Bernoulli, D. (1721a). *Positiones Miscellaneae Medico-Anatomico-Botanicæ, quas ... jussu & auctoritate amplissimi senatus academici pro vacante professione anatomico-botanica solenni eruditorum examini subjiciet in auditorio hyberno horis consuetis Daniel Bernoulli, med. cand. Ad diem 24. Octobr. 1721.* Basileæ: typis Johannis Ludovici Brandmülleri.
- Bernoulli, D. (1724). *Exercitationes quaedam mathematicae.* Venetiis: apud Dominicum Lovisam.
- Bernoulli, D. (1728). Tentamen novae de Motu Musculorum Theoriae. *Commentarii Academiae Scientiarum Imperialis Petropolitanae*, 1, 297–313.
- Bernoulli, D. (1728a). Experimentum circa nervum opticum. *Commentarii Academiae Scientiarum Imperialis Petropolitanae*, 1, 314–317.
- Bernoulli, D. (1738). *Hydrodynamica, sive, De viribus et motibus fluidorum commentarii: opus academicum ab auctore, dum Petropoli ageret, congestum.* Argentorati: Sumptibus Johannis Reinholdi Dulseckeri.

Bernoulli, D. (1940/1941). Oratio physiologica de vita. *Verhandlungen der Naturforschenden Gesellschaft in Basel*, 52, 189–266.

Bernoulli, D. (1959). *Gidrodinamika* [Hydrodynamics] / Transl. by V. S. Gokhman. Leningrad: Izd-vo AN SSSR (in Russian).

Bernoulli, D. (1996). *Die Werke. In 8 Bde. Band 1: Medizin & Physiologie; Mathematische Jugendschriften* / Hrsg. von D. Speiser. Basel, Boston, Berlin: Birkhäuser Verlag.

Bistafa, S. R. (2018). Euler, Father of Hemodynamics. *Advances in Historical Studies*, 7 (2), 97–111.

Bonow, R. O., Mann, D. L., Zipes, D. P., Libby, P. (2011). *Braunwald's Heart Disease: A Textbook of Cardiovascular Medicine*. 9th edition. Philadelphia: Elsevier Science.

Borelli, J. A. (1680–1681). *De motu animalium Io. Alphonsi Borelli neapolitani matheseos professoris: opus posthumum*. Romae: Ex typographia Angeli Bernabò.

Cerny, L. C., Walawender, W. P. (1974). Leonhardi Euleri's "Principia pro motu sanguinis per arterias determinando". *Journal of Biological Physics*, 2 (1), 41–56.

D'Alembert, J. L. R. (1750). Recherches sur la courbe que forme une corde tendue mise en vibration. *Histoire de l'Académie royale des sciences et belles lettres de Berlin pour l'année 1747*, 214–219.

Darrigol, O. (2005). *Worlds of Flow. History of Hydrodynamics from the Bernoullis to Prandtl*. Oxford: Oxford University Press.

Descartes, R. (1950). *Izbrannye proizvedeniia* [Selected Works]. Moscow: Gospolitizdat (in Russian).

Descartes, R. (1953). *Rassuzhdenie o metode s prilozheniiami Dioptrika, Meteory, Geometriia* [A Discourse on the Method of Rightly Conducting One's Reason and of Seeking Truth in the Sciences, with Dioptrics, Geometry, and Meteorology]. Leningrad: Izd-vo AN SSSR (in Russian).

Dmitriev, I.S. (2020). Kontinental'naia paradigma ostrovnōi nauki (Kto stal sozdatelem «n'iutonianskoī nauki»?) [Continental paradigm of island science (Who became the creator of "Newtonian science"?), *Sofistologiya nauki i tekhnologii*, 11 (4), 7–28 (in Russian).

Dollond, J. (1753–1754). A Letter from Mr. John Dollond to James Short, A.M. F.R.S. concerning a Mistake in M. Euler's Theorem for correcting the Aberrations in the Object-Glass of refracting Telescopes (Read Nov. 23, 1752). *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, 48 (1), 289–291.

Dollond, J. (1757–1758). An Account of Some Experiments concerning the Different Refrangibility of Light with a Letter from James Short, M.A.FRS. (Read June 8, 1758). *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, 50 (2), 733–743.

Eneström, G. (1910–1913). Verzeichnis der Schriften Leonhard Eulers. *Jahresberichte der Deutschen Mathematiker-Vereinigung*, 4 (1–2).

Euler, L. (1744). *Methodus inveniendi lineas curvas maximi minimive proprietate gaudentes, sive Solutio problematis isoperimetrici latissimo sensu accepti*. Lausannae et Genevae: apud M. M. Bousquet et socios.

Euler, L. (1749). Sur la perfection des verres objectifs des lunettes. *Mémoires de l'Académie des sciences de Berlin, 1747*, 3, 274–296.

Euler, L. (1753–1754). A Monsieur Dollond (Read July 8, 1753). *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, 48 (1), 293–296.

Euler, L. (1759). De la propagation du son (E305). *Mémoires de l'Académie des Sciences de Berlin*, 15, 185–209.

Euler, L. (1762). *Constructio lentium obiectivarum ex duplici vitro quae neque confusionem a figura sphaerica oriundam neque dispersionem colorum pariant. Dissertatio occasione Quaestionis de Perfectione Telescopiorum ab Imperiale Academia Scientiarum Petropolitana pro praemio propositae conscripta*. Petropoli: Typis Academiae Scientiarum.

Euler, L. (1768–1772). *Lettres à une princesse d'Allemagne sur divers sujets de physique & de philosophie*. En 3 t. St.-Petersbourg: Imprimerie de l'Académie impériale des sciences.

Euler, L. (1769–1771). *Dioptricae pars prima continens librum primum, de explicatione principiorum, ex quibus constructio tam telescopiorum quam microscopiorum est petenda*. 3 Bände. St. Petersburg: Impensis Academiae Imperialis Scientiarum.

Euler, L. (1862). Principia pro motu sanguinis per arterias determinando. In: *Euler L. Opera Postuma: Mathematica et Physica, Anno MDCCCXLIV [1844] detecta quae Academiae Scientiarum Petropolitanae obtulerunt ejusque auspiciis ediderunt auctoris pronepotes Paulus Henricus Fuss et Nicolaus Fuss*. In 2 t. T. 2. Petropoli: apud Eggers et socios etc. P. 814–823.

Euler, L. (1954). Principes généraux de l'état d'équilibre des fluides (1755) (E225). In: *Euler L. Opera omnia. Ser. 2: Opera mechanica et astronomica. Vol. 12: Commentationes mechanicae ad theoriam corporum fluidorum pertinentes* / Ed. by C. A. Truesdell. Basileae: Birkhäuser. P. 2–53.

Euler, L. (1954a). Principes généraux du mouvement des fluides (1755) (E226). In: *Euler L. Opera omnia. Ser. 2: Opera mechanica et astronomica. Vol. 12: Commentationes mechanicae ad theoriam corporum fluidorum pertinentes*. / Ed. C. A. Truesdell. Basileae: Birkhäuser. P. 54–91.

Euler, L. (19546). Continuation des recherches sur la théorie du mouvement des fluids (1755) (E227). In: *Euler L. Opera omnia. Ser. 2: Opera mechanica et astronomica. Vol. 12: Commentationes mechanicae ad theoriam corporum fluidorum pertinentes.* / Ed. C. A. Truesdell. Basileae: Birkhäuser, 19546. P. 92–132.

Euler, L. (1955). *Commentationes mechanicae ad theoriam corporum fluidorum pertinentes.* / Editit Clifford Ambrose Truesdell. Volumen posterius. Lausanne: Orell Fussli Turici.

Euler, L. (1962). Nova theoria lucis and colorum. In: *Euler L. Opera Omnia. Ser. 3: Opera physica, miscellanea, epistolae. Vol. 5: Commentationes opticae, 1 / Sub auspiciis Societatis Scientiarum Naturalium Helveticae.* Edenda curaverunt Ferdinand Rudio, Adolf Krazer, Paul Stäckel. Leipzig; Berlin: Druck und Verlag von B. G. Teubner. Pp. 1–45.

Euler, L. (1979). Principia pro motu sanguinis per arterias determinando. In: *Euler L. Opera omnia. Ser. 2: Opera mechanica et astronomica; 16: Commentationes mechanicae ad theoriam machinarum pertinentes.* / Sub auspiciis Academiae Scientiarum Naturalium Helveticae. Edenda curaverunt Ferdinand Rudio, Adolf Krazer, Paul Stäckel. Leipzig; Berlin: Druck und Verlag von B. G. Teubner. P. 178–196.

Euler, L. (2002). *Pis'ma k nemeckoi printsesse o raznykh fizicheskikh i filosofskikh materiakh* [Letters to a German princess, on different subjects in physics and philosophy]. St.-Petersburg: Nauka (in Russian).

Euler, L. (2015). *Opera omnia / Sub auspiciis Academiae Scientiarum Naturalium Helveticae.* Edenda curaverunt V. Hug, A. Kleinert, M. Mattmüller, G. K. Mikhajlov, F. Nagel, N. Schappacher, Th. Steiner. Series 4 A: A commercium epistolicum. Vol. 4. Pars I. Basel: Birkhäuser.

Euler, L. (2017). Defining the principles for the motion of blood through arteries (E 855) – Principia pro motu sanguinis per arterias determinando / Transl. and annot. by S. R. Bistafa. Retrieved February 01, 2024 from <https://arxiv.org/ftp/arxiv/papers/1802/1802.02496.pdf>.

Euler, L. (1962a). Sur la perfection des verres objectifs des lunettes. In: *Euler L. Opera Omnia. Ser. 3: Opera physica, miscellanea, epistolae. Vol. 6: Commentationes opticae, 2 / Sub auspiciis Societatis Scientiarum Naturalium Helveticae...* Edenda curaverunt F. Rudio, A. Krazer, P. Stäckel. Leipzig; Berlin: Druck und Verlag von B. G. Teubner. Pp. 1–21.

Fomin, S.V., Berkinblit, M.B. (1973). *Matematicheskie problemy v biologii.* [Mathematical problems in biology]. Moscow: Nauka (in Russian).

Grimberg, G. (1998). *D'Alembert et les equations aux dérivées partielles en hydrodynamique* (These, Université Paris 7).

Hales, S. (1733). *Statical Essays: Containing Hæmastatics; Or, An Account of some Hydraulic and Hydrostatical Experiments Made On The Blood and Blood-Vessels of Animals: Also An Account of some Experiments on Stones in the Kidneys and Bladder: with an Enquiry into the Nature of those anomalous Concretions: To which is added, An Appendix, Containing Observations and Experiments relating so several Subjects in The First Volume: The greatest Part of which were read at several Meetings before the Royal Society. With an Index to both Volumes.* London: printed for W. Innys and R. Manby; and T. Woodward.

Haller, A. von (1763). *Elementa physiologiae corporis humani. Vol. 5.* Lausannae: Sumptibus M.M. Bousquest et Sociorum: S. D'Arnay: F. Grasset; Leyden: C. Haak.

Harvey, W. (1628). *Exercitatio anatomica de motu cordis et sanguinis in animalibus Guilielmi Harvei angli, Medici Regii & Professoris Anatomiae in Collegio Medicorum Londinensi.* Francofurti: Sumptibus Guilielmi Fitzeri.

Iushkevich, A. P. (1988). Leonard Euler. Zhizn' i tvorchestvo [Leonard Euler. Life and Work]. In: *Razvitie idei Leonarda Eulera i sovremennaiia nauka* [Development of Leonhard Euler's Ideas and Modern Science] / Ed. by N.N. Bogoliubov, G.K. Mikhajlov, A.P. Iushkevich. Moscow: Nauka. P. 15–46 (in Russian).

Kizilova, N. N. (2008). L. Euler i istoriia biomekhaniki [L. Euler and the history of biomechanics]. In: *Leonard Euler: K 300-letiiu so dnia rozhdeniia* [Leonard Euler: In commemoration of the 300 anniversary of his birth]. V.N. Vasil'ev, editor. St.-Petersburg: Nestor-Istoriia. P. 171–182 (in Russian).

Klingentierna, S. (1754). Anmärkning vid brytnings-lagen af särskilta slags ljus-strålar, då de gå ur et genomskinande medel in i åtskilliga andra, 16, 297–306.

Kopelevich, Iu. Kh. (1957). Materialy k biografii Leonarda Eulera [Materials for the biography of Leonhard Euler]. *Istoriko-matematicheskie issledovaniia*, 10, 9–68 (in Russian).

Kopelevich, Iu. Kh., Nevskaiia N. I., Ozhigova E. P. (2002). Istoriia sozdaniia "Pisem k nemeckoi printsesse" i ikh adresaty [History of the creation of "Letters to a German Princess" and their addressees]. In: *Euler L. Pis'ma k nemeckoi printsesse o raznykh fizicheskikh i filosofskikh materiakh* [Letters to a German princess, on different subjects in physics and philosophy]. Eds. Iu. Kh. Kopelevich, N. I. Nevskaiia, E. P. Ozhigova et al. St.-Petersburg: Nauka. P. 535–554 (in Russian).

Korteweg, D. J. (1878). *Over voortplantings-snelheid van golven in elastische buizen.* Amsterdam: S. C. van Doesburgh.

Korteweg, D. J. (1878a). Ueber die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles in elastischen Röhren. *Annalen der Physik und Chemie*, (New Series) 5, 525–542.

Koshtoiants, Kh. S. (1946). *Ocherki istorii fiziologii v Rossii* [Essays on the history of physiology in Russia], Moscow, Leningrad: Izd-vo AN SSSR (in Russian).

Lange, K. A. (1988). Kafedra anatomii i fiziologii Peterburgskoi Akademii nauk [The Chair of Anatomy and Physiology at Petersburg Academy of Sciences]. In: *Fiziologicheskie nauki v SSSR: Stanovlenie, razvitie, perspektivy* [Physiological sciences in the USSR: Formation, development, perspectives]. Ed. by N.P. Bekhtereva. Leningrad: Nauka. P. 21–29 (in Russian).

Levshin, B. V. (comp.) (2009). *Rossiiskaia Akademiia nauk. Personal'nyi sostav. Kniga 1: 1724–1917* [Russian Academy of Sciences. Membership. Book 1: 1724–1917]. Moscow: Nauka (in Russian).

Mariotte, E. (1682). *Lettres écrites sur le sujet d'une nouvelle découverte touchant la veüe*. Paris: J. Cusson.

Michelotti, P. A. (1721). *De separatione fluidorum in corpore animali: dissertatio physico-mechanico-medica*. Venetiis: Pinellorum aere.

Mikhaïlov, G. K. (2008). Leonhard Euler (K 300-letiiu so dnia rozhdeniia) [Leonhard Euler (In commemoration of the 300 anniversary of his birth)]. In: *Leonard Euler: K 300-letiiu so dnia rozhdeniia* [Leonhard Euler: In commemoration of the 300 anniversary of his birth]. Ed. by V.N. Vasil'ev. St.-Petersburg: Nestor-Istoriia. P. 8–21 (in Russian).

Mikhaïlov, G.K. (2019). *Leonard Euler i ego vklad v razvitie rašional'noi mekhaniki* [Leonhard Euler and his contribution to the development of rational mechanics]. In: Mikhaïlov G.K. *Sochineniia: v 3 tomakh. T. 1: Euleriana* [Collected Works: in 3 vols. Vol. 1: Euleriana]. Moscow: Tovarišchestvo nauchnykh izdaniï KMK. P. 40–85 (in Russian).

Mikhaïlov, G. K. (2021). *Stanovlenie gidravliki i gidrodinamiki v trudakh peterburgskikh akademikov (XVIII vek)* [Formation of hydraulics and hydrodynamics in the works of St. Petersburg Academicians (XVIII century)]. In: Mikhaïlov, G. K. *Sochineniia: v 3-kh tomakh. T. 2: Istoriia nauki I* [Collected Works: in 3 Volumes. Vol. 2: History of Science, I]. Moscow: Tovarišchestvo nauchnykh izdaniï KMK. P. 149–170 (in Russian).

Moens, I. A. (1877). *Over de voortplantingssnelheid van den pols*. Leiden: S. C. van Doesburgh.

Moens, I. A. (1878). *Die Pulscurve*. Leiden: E. J. Brill.

Natochin, Yu. V. (2007). Leonhard Euler — ad'iunkt po fiziologii Akademii hudozhestv i nauk [Leonhard Euler, adjunct in physiology at the Academy of Arts and Sciences]. In: *Leonard Euler i sovremennaiia nauka* [Leonhard Euler and modern science]. Ed. by E.I. Kolchinsky and E.A. Tropp. St.-Petersburg. P. 28–30. (in Russian).

Natochin, Yu. V. (2008). Problemy fiziologii v tvorchestve Leonharda Euler [Physiological problems in Leonhard Euler's works]. *Rossiiskii fiziologicheskii zhurnal im. I.M. Sechenova*, 94 (3), 338–342 (in Russian).

Natochin, Yu. V. (2016). Stanovlenie fiziologii v Rossii: XVIII vek [Formation of physiology in Russia: XVIII century]. *Istoriko-biologicheskoe issledovaniia*, 8 (2), 9–24 (in Russian).

Newton, I. (1704). *Opticks: or, a Treatise of the Reflections, Refractions, Inflections and Colours of Light*. London: Printed for Sam. Smith, and Benj. Walford.

Newton, I. (1954). *Optika* [Optics]. Moscow: Gos. izd-vo tekhniko-teoreticheskoi literatury (in Russian).

O'Rourke, M. F., Safar, M. E. (eds.) (2006). *Handbook of Hypertension Series*. Vol. 23. Edinburgh: Elsevier.

Pagel, W. (1967). *William Harvey's biological ideas: selected aspects and historical background*. Basel; New York: Karger — New York: Hafner Publ. Co.

Parker, K. (2009). A brief history of arterial wave mechanics. *Medical & Biological Engineering & Computing*, 47 (2), 111–118.

Passavant, D. (1748). *Dissertatio Inauguralis Mechanico-Medica De Vi Cordis*. [Basel]: Typis Iohannis Christ Viduae.

Pedley, T. J., Luo X.Y. (1998). Modelling Flow and Oscillations in Collapsible Tubes. *Theoretical and Computational Fluid Dynamics*, 10, 277–294.

Pekarskii, P. (1865). Ekaterina II i Èiler [Catherine II and Euler]. *Zapiski Imperatorskoï Akademii nauk*, 6 (1), 59–92 (in Russian).

Riemann, B. (1861). Ein Beitrag zu den Untersuchungen über die Bewegungen eines gleichartigen flüssigen Ellipsoïds. *Abhandlungen der Königl. Gesellschaft der Wissenschaften in Göttingen*, 9, 3–36.

Rudd, M. E. (1988). The Rainbow and the Achromatic Telescope: Two Case Studies. *Physics Teacher*, 28, 82–89.

Saito, M., Ikenaga, Y., Matsukawa, M., Watanabe, Y., Asada, T., Lagrée, P. (2011). One-Dimensional Model for Propagation of a Pressure Wave in a Model of the Human Arterial Network: Comparison of Theoretical and Experimental Results. *Journal of Biomechanical Engineering*, 133 (12), 121005.

Shapiro, L. M., Kenny, A. (2002). *Echokardiographie*. Berne, Switzerland: Hans Huber Verlag.

Smith, A.M. (2001). Alhacen's Theory of Visual Perception: A Critical Edition, with English Translation and Commentary, of the First Three Books of Alhacen's *De aspectibus*, the Medieval Latin Version of Ibn al-Haytham's *Kitab al-Manazir*: Volume Two. *Transactions of the American Philosophical Society*, 91 (5), 339–680.

Sukhomlinov M. I., ed. (1885). *Materialy dlia istorii Imperatorskoï Akademii nauk: v 10-i tomakh. T. 1: 1716–1730* [Materials for the History of the Imperial Academy of Sciences: in 10 volumes. Vol. 1: 1716–1730]. St.-Petersburg: Tipografiia Imperatorskoï Akademii nauk (in Russian).

Tijsseling, A. S. (1996). Fluid-structure interaction in liquid-filled pipe systems: a review. *Journal of Fluid and Structures*, 10 (2), 109–146.

Tijsseling, A. S., Anderson, A. A. (2012). Isebree Moens and D. J. Korteweg: On the Speed of Propagation of Waves in Elastic Tubes. Retrieved January 15, 2024 from http://www.win.tue.nl/~atijssel/pdf_files/CASA-12-42.pdf.

Vavilov, S.I. (1956). *Fizicheskaia optika Leonarda Euler* [Physical Optics of Leonard Euler]. In: Vavilov S.I. *Sobranie sochinenii: v 4-kh tomakh. T. 3: Raboty po filosofii i istorii estestvoznaniia* [Collected Works: in 4 volumes. Vol. 3: Works on Philosophy and History of Natural Science]. Moscow: Izd-vo AN SSSR. P. 138–147 (in Russian).

Weber, E. H., Weber W. E. (1825). *Wellenlehre auf Experimente gegründet, oder über die Wellen tropbarer Flüssigkeiten mit Anwendung auf die Schall- und Lichtwellen*. Leipzig: Fleischer.

Weber, W. E. (1866). Theorie der durch Wasser oder andere incompressibele Flüssigkeiten in elastischen Röhren fortgepflanzten Wellen. *Berichte der Gesellschaft der Wissenschaften zu Leipzig: Math. Phys. Kl.*, 18, 353–357.

Young, T. (1808). Hydraulic investigations, subservient to an intended Croonian lecture on the motion of the blood. *Philosophical Transactions of the Royal Society.*, 98, 164–186.

Young, T. (1809). On the functions of the heart and arteries. The Croonian lecture. *Philosophical Transactions of the Royal Society*, 99, 1–31.